ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 AVRIL 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur le mouvement périodique d'un fluide.* Note (¹) de M. PAUL APPELL.

L'objet de cette Note est d'attirer brièvement l'attention sur un genre particulier de mouvement d'un fluide, qui s'observe fréquemment et dont les types les plus connus sont les fontaines intermittentes et les mouvements oscillatoires. Dans ce genre de mouvement, qu'on peut appeler *périodique*, les quantités désignées habituellement par u, v, w, p, ρ, dans les notations d'Euler, sont des fonctions de x, y, z, t, qui reprennent la même valeur quand t augmente d'une certaine période T ; elles sont donc développables en séries de Fourier suivant les sinus et cosinus des multiples de $\frac{2\pi t}{T}$, les coefficients de ces séries étant des fonctions de x, y, z. La force F(X, Y, Z) rapportée à l'unité de masse est, au contraire, indépendante de t, comme la pesanteur. Sans insister sur les conséquences analytiques, nous nous bornerons à remarquer que, si $\varphi(x, y, z, t)$ est une des fonctions périodiques de t que l'on est amené à introduire, l'intégrale partielle

$$\int_t^{t+nT} \frac{\partial\varphi}{\partial t}\,\partial t,$$

prise en regardant x, y, z comme constants et désignant par n un entier positif, est *nulle ;* cette propriété évidente remplace celle qui, dans le mou-

---

(¹) Séance du 29 mars 1921.

vement permanent, consiste en ce que $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$ est nul. Par exemple, avec les notations habituelles, le théorème de Bernoulli est remplacé par la relation

$$\int_{t}^{t+n\mathrm{T}} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\mathrm{W}^2 - \mathrm{Q}\right)\partial t = 0,$$

où $\frac{d}{dt}$ indique une dérivée totale par rapport au temps, l'intégration étant partielle par rapport à la lettre t.

Soient

$$u = \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} a_\nu \cos\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}} + \alpha_\nu \sin\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}},$$

$$v = \sum b_\nu \cos\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}} + \beta_\nu \sin\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}},$$

$$w = \sum c_\nu \cos\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}} + \gamma_\nu \sin\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}},$$

les coefficients a, b, c, α, β, γ étant fonctions de x, y, z. Les composantes ξ, η, ζ du vecteur tourbillon sont données par des séries analogues dont les coefficients sont

$$\frac{\partial c_\nu}{\partial y} - \frac{\partial b_\nu}{\partial z}, \quad \frac{\partial \gamma_\nu}{\partial y} - \frac{\partial \beta_\nu}{\partial z}, \quad \ldots.$$

Il peut arriver que ces derniers coefficients soient tous nuls, excepté ceux d'une des lignes trigonométriques. Les lignes de tourbillon sont alors fixes dans l'espace, comme dans le mouvement permanent; mais le moment d'un filet de tourbillon varie périodiquement avec t, sauf dans le cas où les seuls termes subsistants correspondent à $\nu = 0$.

ASTRONOMIE. — *Observations de l'éclipse de Soleil du 7 avril 1921 à l'Observatoire de Paris.* Note de M. B. BAILLAUD.

Observateurs.	Instrument.	Dist. focale.	Ouvre object.	Diaphme.	Grossisst.	Heure du premier contact.	Heure du dernier contact.	Angle de position Premier contact.	Der... con...
		m	cm	cm		h m s	h m s		
M. Bigourdan...	œil nu					19.32.59	22. 0.37 (1)		
M. Lambert.....	Eq. Mailhat	3,5	24	9	80		3. 5		
M. Giacobini....	Eq. Est	9	40	14	250	31.41	3. 8	258°	5
M. Salet........	Eq. Bardou	1,2	9,5	9,5	85	31.29	3. 4		
M. Le Morvan...	Petit coudé	5	28	8			3. 6		
Mme Chandon.....	Eq. Ouest	5	32	14	200	31.31	3.13	258	5
Mlles Bonnet et Lhomme.......	Luntte Hermagis	1,2	12	12	(2)		3.22		

(1) Peut-être erreur de 1^{m}.

(2) Observation directe de l'image focale sur un verre dépoli.

PALÉONTOLOGIE. — *Comment ont apparu certaines formes nouvelles : Rudistes et Chames*, Mytilus *et* Dreissensia, Anomia *et* Paranomia. Note de M. H. **Douvillé.**

Le mode d'apparition des formes nouvelles a souvent préoccupé les naturalistes. Les Lamellibranches se prêtent particulièrement à cette étude : c'est qu'en effet ils se nourrissent exclusivement des particules alimentaires amenées par le courant d'eau qui traverse leur coquille, il en résulte que la recherche et la poursuite de la nourriture se trouvent réduites à un minimum; dès qu'ils ont rencontré un courant d'eau suffisamment chargé de matières assimilables, ils n'éprouvent plus le besoin de se déplacer; aussi un grand nombre de formes arrivent à se fixer plus ou moins complètement.

La fixation peut être accidentelle; l'animal se trouve placé dans des conditions différentes de celles où il vivait précédemment et c'est alors que prennent naissance des formes nouvelles.

L'exemple des Rudistes est un des plus nets : les *Diceras* apparaissent brusquement au commencement du Jurassique supérieur et j'ai fait voir qu'ils résultaient de la fixation d'un *Cardium* par soudure directe de sa coquille : un jeune animal dressé par les courants est couché sur le côté et arrive à se fixer par ce procédé bien connu; l'eau était chargée de particules alimentaires, l'animal a prospéré, s'est développé et s'adaptant à sa nouvelle vie a fait souche non plus de *Cardium*, mais de *Diceras*.

Une transformation analogue a donné naissance aux *Chama*, vers la fin du Crétacé, probablement par la fixation d'un *Corbis*. Dans les mers actuelles les *Myadora* en se fixant tardivement deviennent des *Myochama*, sans se modifier d'une manière très notable. Mais les *Chamostrea* ont pris tout à fait la forme des *Chama*, en conservant le test nacré et l'osselet ligamentaire de leur ancêtre, peut-être un *Verticordia ?*

La loi générale de l'hérédité n'est donc pas absolue; les enfants ne sont en réalité semblables à leurs parents, que lorsque les conditions de vie n'ont pas changé.

Le mode de fixation a une grande importance au point de vue des modifications qui en résultent; j'ai montré que la fixation par un byssus avait pour conséquence l'atrophie progressive du muscle adducteur antérieur et c'est ainsi que prend naissance le grand groupe des Dysodontes, d'abord Hétéromyaires, puis Monomyaires. Quelque Tanodonte ou Acti-

nodonte paléozoïque équivalve vivait normalement en rampant sur le fond de la mer; de très jeunes individus sont jetés au rivage par les courants, dans un moment de calme ils parviennent à se fixer par leur pied qui sécrète une sorte de mucilage, durcissant par l'action de l'eau de la mer; c'est le byssus, ici plus ou moins filiforme. L'animal est balloté, mais n'est plus entraîné, et sa coquille reste symétrique; la nourriture est abondante, il fait souche de *Mytilus*.

A une époque plus récente, un Lamellibranche tout différent, probablement un Astartidé, arrive à se fixer d'une manière analogue et sa coquille prend la forme d'un *Mytilus*, ce sont les *Dreissensia;* l'analogie est telle qu'on a longtemps rapproché ces deux genres, mais le nouvel animal n'a pas le test nacré et il a conservé la structure du manteau caractéristique des Hétérodontes. Ici encore le changement d'habitat a complètement modifié la forme de la coquille.

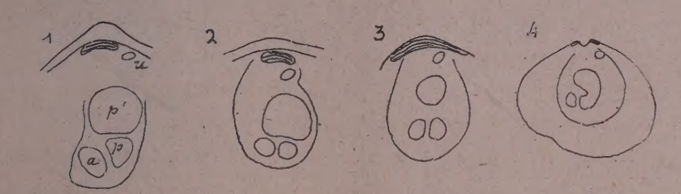
Une transformation analogue à celle des *Mytilus*, mais dans une eau plus profonde, moins agitée, plus riche en matières nutritives donne naissance à des coquilles de plus grande taille et qui se couchent sur la valve droite, ce sont les *Avicules*, fixés aux rochers par un byssus proportionné à leur taille; la coquille est devenue inéquivalve.

Mais sur un fond de sable ou de vase où les points d'appui solides font défaut, l'animal ne peut guère se fixer que sur des coquilles mortes plus ou moins roulées par les courants. Un jeune Dysodonte ne trouvera à s'y fixer et à s'y développer qu'en se cramponnant et se collant sur son appui; il ne pourra y réussir qu'au moyen d'un byssus très court et très robuste. C'est ainsi que s'est formé le type *Anomie*.

On sait comment le byssus ainsi constitué fait obstacle au développement de la partie antérieure de la valve droite sur laquelle l'animal est couché. La partie postérieure seule s'allonge, s'élargit, contourne l'obstacle et vient rejoindre la partie antérieure; le byssus se trouve complètement entouré et logé dans une sorte d'ouverture de la coquille; en même temps il se calcifie, c'est la *cheville* des Anomies. Ce mode de fixation est très particulier, mais il faut s'attendre à le retrouver dans des groupes différents.

I. Le genre *Anomia* proprement dit (groupe de l'*An. ephippium*) a des caractères spéciaux : la coquille est très mince, nacrée; la valve inférieure se moule sur son appui, tandis que la valve supérieure est plus ou moins capuloïde; la valve inférieure contourne bien l'obstacle, mais elle ne vient pas se souder à l'extrémité antérieure; celle-ci s'épaissit et constitue une apophyse solide servant de support à un ligament en forme de croissant.

Le test est profondément modifié : les couches externes sont devenues nacrées, mais sur la valve droite elles ont conservé la texture prismatique des Aviculidés; les couches internes sont réduites à la tache blanche qui entoure les impressions musculaires. Celles-ci sur la valve droite sont



Impressions musculaires et tache blanche de la valve gauche des Anomies.

Fig. 1. *A. ephippium*, Linné de la Manche. — 2. *A. planulata*, Desh., du Lutétiers de Parnes. — 3. *A.* sp. du Cénomanien du Mans. — 4. *A. suprajarensis*, Buv., du Mont Lambert (Boulonnais). *a*, adducteur; *p*, *p'*, *u*, les trois impressions pédieuses.

réduites à celle de l'adducteur, tandis que sur la valve gauche on observe en outre trois impressions des muscles pédieux : une première *p*, placée à côté de l'adducteur et presque de même grandeur, une deuxième *p'* plus importante et placée entre la précédente et la région dorsale, enfin une dernière *u* beaucoup plus petite, dans le voisinage du ligament.

Cette disposition, bien caractérisée sur l'*An. ephippium*, se retrouve sans modifications notables sur les formes du Miocène (*A. squama* Brocchi) et de l'Éocène (*A. planulata* Desh.). Miss Gardner a figuré des impressions analogues dans les espèces du Crétacé supérieur du Maryland (*A. argentaria* Morton; *A. ornata* Gabb); dans *A. forteplicata* Gardner, les deux pédieuses semblent se réunir. J'ai moi-même retrouvé la même disposition dans une espèce du Cénomanien du Mans et dans l'*A. suprajurensis* Buvignier, des grès du Mont Lambert, où les deux impressions pédieuses *p* et *p'* ne sont qu'incomplètement séparées, la coquille conserve toujours la même constitution.

Nous n'avons pas encore pu observer les caractères internes sur des espèces plus anciennes.

Un rameau assez particulier se détache d'*Anomia* dans l'Éocène de l'Afrique du Nord; il est constitué par le genre *Carolia*. J'ai pu observer de jeunes individus fixés sur une coquille d'*Heligmotenia* à la fois à l'intérieur et sur la surface externe; ils sont extrêmement minces, la valve supérieure est ornée de côtes rayonnantes très fines. Le byssus est constitué comme dans *Anomia* par une cheville ou plaque calcifiée présentant la structure

fibreuse caractéristique; elle est assez éloignée du bord [1]. La même espèce est largement développée en Égypte, où elle atteint une grande taille; les deux valves sont plates et à peu près circulaires, ce qui montre qu'elles se sont libérées de leur appui. Le byssus est très variable, tantôt il correspond à une large ouverture, exactement semblable à celle des Anomies, tantôt il se rétrécit et la cheville calcaire habituelle paraît se souder aux parois de l'ouverture, tantôt enfin celle-ci est recouverte et masquée par les couches internes. A l'intérieur on observe, comme dans les *Anomia*, les trois impressions musculaires, mais les pédieuses s'écartent davantage et l'impression p' est relativement moins développée. Cette modification du type *Anomia* est intéressante, parce qu'elle permet d'y rattacher les *Placuna* dont la coquille est semblable à celle des *Carolia*, mais l'ouverture byssale a presque toujours disparu complètement; l'absence de byssus explique celle des impressions pédieuses. Le ligament s'est profondément modifié, l'apophyse en croissant des *Carolia* s'est allongée des deux côtés et s'est transformée en un chevron formé de deux minces lames droites; il existe, en outre, un ligament marginal ondulé, rappelant un peu celui des *Crenatula*.

II. En 1830, Sowerby proposait le genre *Placunanomia* pour une coquille vivant sur la côte du Pacifique de Costa-Rica (*Pl. Cumingi*); elle présente, dit-il, les caractères des *Ostrea* et des *Plicatula*, par sa forme et son ornementation des *Anomia* par sa perforation byssale et des *Placuna*

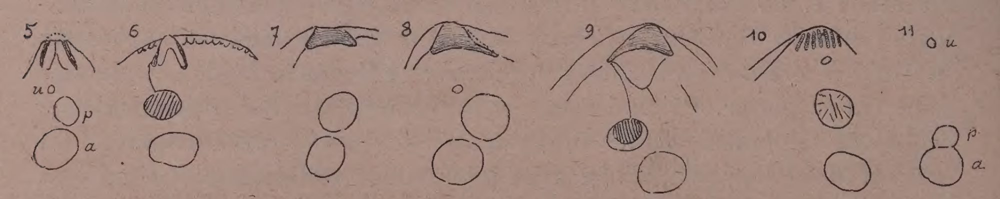


Fig. 5, 6. *Placunanomia Cumingi*, Brod.; 5, valve gauche montrant les impressions de l'adducteur a et les deux impressions pédieuses p et u; 6, valve droite, montrant l'adducteur et la cheville fibreuse de fixation. — 7. *Pododesonus rudis*, Brod., Méditerranée. — 8, 9. *Paranomia scabra*, Morton, de la craie supérieure du Tennessee, les deux valves. — 10. *Pulvinites argenteus*, Conrad, du même niveau. — 11. Impressions musculaires de la valve gauche d'*Avicula tarentina*, d'Arcachon.

par son ligament. Cette coquille se distingue immédiatement des *Anomia* par sa taille plus grande, son test plus épais, où les couches externes ne sont plus nacrées, et sa plus grande indépendance du support; elle ne se moule

---

[1] *L'Éocène au Soudan et au Sénégal* (*Bull. Com. Ét. hist. et sc. de l'Afrique occ. française*, avril-juin 1920, p. 257, *fig.* 11, pl. III, *fig.* 4).

sur lui que pendant sa jeunesse et prend ensuite sa forme propre qui est celle d'une huître à gros plis. Par suite de l'épaisseur de la coquille, la perforation byssale prend une forme conique oblique; le byssus, ou plus exactement la cheville qui le représente, se soude plus ou moins rapidement au test, mais en conservant sa texture fibreuse caractéristique. Le ligament rappelle en effet celui des *Placuna* et est porté également par une apophyse en chevron, mais plus robuste; ce qui augmente encore l'analogie, c'est que sur certains échantillons on voit s'ajouter un ligament marginal ondulé (*fig.* 6). Ce caractère n'est que secondaire, car nous avons vu que *Placuna* dérive de *Carolia* où le ligament est en croissant; c'est en réalité un caractère évolutif. Ce qui est plus important, c'est qu'il n'existe qu'un seul muscle pédieux à côté de l'adducteur, au lieu de deux.

En 1860, Conrad décrivait un *Placunanomia Saffordi* et un *Pl. lineata* de la craie supérieure de l'Amérique du Nord, et en 1867 il proposait pour ces formes le genre *Paranomia*. En 1898, Dall considérait ce genre comme insuffisamment défini, par suite les caractères internes n'étant pas connus. Cette lacune a été comblée récemment par M. Bruce Wade qui m'a communiqué des échantillons du Ténéessé parfaitement conservés (*fig.* 8 et 9) : l'impression pédieuse et la cavité byssale sont exactement disposées comme dans *Placunanomia*, mais l'apophyse ligamentaire est différente et a une forme triangulaire à base arrondie; la surface d'attache paraît aussi bien plus petite. Ces caractères sont exagérés dans *Placunanomia Eglestoni*, Bayan, de Californie (et vraisemblablement aussi de la craie supérieure).

Des formes analogues ont été citées en Europe : *Pododesmus* (Philippi, 1837) est représenté dans la Méditerranée par *P. rudis* (*fig.* 7) qui a la forme générale d'un *Anomia*, mais s'en distingue par une impression pédieuse simple, par un ligament triangulaire et par une ouverture byssale obturée par une cheville fibreuse, disposée exactement comme dans *Placunanomia*. Ces mêmes caractères se retrouvent dans *Placunanomia sella*, Tate, de l'Éocène d'Australie et au moins dans une espèce de l'Oligocène de l'Allemagne, confondue probablement à tort avec *Anomia patelliformis*, Linné.

En résumé, on voit qu'il existe un deuxième rameau bien différent des *Anomia* typiques, caractérisé principalement par son muscle pédieux simple, par sa coquille plus épaisse, de structure normale et moins déformée, par son ligament triangulaire et par son logement byssal bien plus allongé; il débute dans la craie supérieure de l'Amérique du Nord par *Paranomia*, se prolonge dans le Tertiaire d'Europe et d'Australie par *Pododesmus*,

encore vivant dans la Méditerranée, tandis qu'une forme plus évoluée, *Placunanomia*, avec apophyse ligamentaire en chevron, est représentée aujourd'hui dans le Pacifique.

III. Un troisième rameau correspondant aux *Pulvinites* Defr., de la craie supérieure, bien figurés par Sowerby (Genera of shells) et caractérisés par un ligament de *Perna*. M. Bruce Wade en a communiqué à mon ami Cossmann un très bon échantillon (*fig.* 10) qui montre des caractères internes analogues à ceux de *Paranomia;* d'après la figure donnée par Fischer, *Hypotrema* du Jurassique présente un ligament analogue et une seule impression pédieuse, également marquée de costules rayonnantes.

En résumé, nous voyons que la famille des Anomiacés est bien nettement hétérogène et qu'elle comprend au moins trois rameaux : le premier, celui des *Anomia*, remonte au Jurassique et se rattache peut-être par les *Placunopsis* aux *Pseudomonotis* du Trias ; le second dérive des *Paramomia*, qui par leur impression pédieuse simple rappellent les Avicules (*fig.* 11), enfin un troisième se rattache incontestablement aux Pernidés. Tous ces rameaux proviennent d'une même modification, raccourcissement et durcissement du byssus; par ce simple changement on peut se rendre compte qu'une coquille du groupe des *Monotis* est devenue un *Anomia*, qu'une Avicule est devenue un *Paranomia* et une Perne un *Hypotrema*.

En résumé : on sait que les coquilles libres peuvent se fixer, elles changent alors de forme ; c'est ainsi que les *Pecten* deviennent des *Hinnites* ou des *Spondyles ;* dans cet exemple la fixation est tardive et il est facile de remonter à la forme primitive. Il n'en est plus de même quand elle est précoce, et alors les formes nouvelles semblent apparaître brusquement. J'ai pu cependant remonter des *Diceras* aux *Cardium,* et avec quelque probabilité des *Chama* aux *Corbis*.

Le changement de forme dépend du mode de fixation; par un même mode de fixation, des animaux très différents peuvent prendre des formes presque semblables, et l'on a été ainsi souvent amené à placer dans un même groupe, dans ce que j'ai appelé un « genre fagot », des espèces sans aucun lien de parenté réelle. C'est ce que je viens de montrer pour les Anomies.

Dans les cas que je viens de passer en revue, il semble que les changements résultent d'une fixation accidentelle, d'où les conclusions suivantes :

Certaines formes nouvelles résultent d'un *accident*,

Elles deviennent stables par *adaptation*,

Et se perpétuent alors par *hérédité*.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'utilité en Astronomie physique de la considération de sensibilité des raies spectrales.* Note de M. **A. de Gramont.**

L'origine et l'attribution des raies spectrales fournies par les diverses régions du Soleil ou par les étoiles des différentes classes, est, on le sait, l'un des sujets les plus importants de l'Astronomie physique. La solution de cette question pourrait être, sinon complètement donnée, du moins en très grande partie résolue par la spectrochimie quantitative des éléments. Qu'il nous soit permis d'en présenter ici quelques exemples :

La sensibilité de certaines raies privilégiées, dans des sources électriques variées, peut apporter des comparaisons fécondes avec les spectres solaires et stellaires.

Il nous faut observer d'abord que les raies d'un même élément, fussent-elles d'intensités égales, n'ont nullement la même importance représentative de la présence de celui-ci dans la source lumineuse considérée, l'apparition ou la disparition de ses raies s'échelonnant suivant la proportion centésimale de l'élément dans la vapeur incandescente. Ce sera pour nous « le principe de la disparition successive des raies », disparition motivée soit, le plus souvent, par des données quantitatives, soit par des variations dans les conditions électrothermiques, car un abaissement de température agit parfois dans le même sens qu'une diminution en teneur, surtout pour les régions les moins réfrangibles du spectre.

I. Dans les attributions qui ont été faites à tel ou tel élément, des différentes raies du spectre solaire, il ne me semblerait pas avoir été tenu suffisamment compte de ce fait que deux raies appartenant à des éléments différents et de longueurs d'ondes assez voisines pour pouvoir se confondre avec celle de la raie trouvée, n'ont généralement pas une égale valeur représentative de l'élément auquel elles appartiennent. Par exemple, nous trouvons dans les Tables du spectre solaire de Rowland les attributions suivantes :

3774.480........................ Yt?
3600.880........................ Yt, Fe

Or les essais de spectrochimie quantitative nous montrent qu'aucun doute ne subsiste au sujet de l'origine de ces deux raies qui sont parmi les plus sensibles, et même les raies ultimes de l'yttrium, aussi bien dans les étincelles condensées sans ou avec self-induction, que dans l'arc. La seconde

raie est, pour le fer, d'importance tout à fait secondaire si même elle lui appartient. De même pour la raie

5105.719........................ Fe (Cu)

qui n'est, en aucune manière, attribuable au fer, mais bien au cuivre dont elle est une des trois raies vertes bien connues, et les plus sensibles de la région visible.

II. Un certain nombre de corps simples sont considérés comme absents de l'atmosphère solaire parce qu'aucune de leurs raies n'a pu être identifiée dans les spectres soit de la lumière totale, soit des différentes régions du Soleil. Ce sont :

Le bore ;

Le phosphore, l'arsenic, l'antimoine, le bismuth ;

Le soufre, le sélénium, le tellure ;

Le fluor, le chlore, le brome, l'iode ;

L'or, le mercure.

Sans recourir, comme on l'a fait, à des considérations d'élévation de poids atomiques, ou de densités de vapeurs, qui ne s'appliqueraient d'ailleurs en aucune manière à la moitié de ces éléments, le simple examen du tableau des raies de grande sensibilité des éléments que j'ai dressé récemment ([1]) montre que :

1° Le soufre, le sélénium, le fluor, le chlore, le brome, l'iode ne présentent ni raies ultimes, ni raies de grande sensibilité. Ils ne donnent aucun spectre d'arc.

2° Le bore, le phosphore, l'arsenic, l'antimoine, le tellure, l'or, le mercure ont leurs raies ultimes, et leurs raies de grande sensibilité, dans la région du spectre arrêtée par l'atmosphère terrestre, c'est-à-dire de longueurs d'ondes inférieures à la limite λ 2920 ([2]).

Pour le bore, Rowland avait compris ([3]) la raison de son absence apparente. Il avait constaté que les deux seules fortes raies de son spectre d'arc (et aussi d'étincelle) λ 2498, 2497 étaient dans la région arrêtée par l'air.

Mais une raie λ 3451 assez forte de ce métalloïde, visible seulement dans l'étincelle condensée, sans self-induction, offre une sensibilité qui, avec les sels en fusion, a pu atteindre jusqu'au dix-millième ; elle pourrait révéler le

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 171, 1919, p. 1106.

([2]) J'avais déjà attiré l'attention sur ce fait (*Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 37).

([3]) *Amer. J. of Sc.*, t. 41, 1891.

bore dans les étoiles qui sont le siège de fortes décharges électriques, en la recherchant avec des instruments à optique en crown-uviol ou en quartz.

Ces dispositifs permettraient aussi de recevoir deux raies de l'antimoine λ3268, 3233, dont la sensibilité atteint à peu près le millième dans les spectres d'étincelles des alliages. De même pour la raie ultime principale du bismuth λ3068 dont la sensibilité, dans les mêmes conditions, peut dépasser le dix-millième, les autres raies ultimes ou sensibles du même métal étant arrêtées par l'air.

Mais d'importantes recherches de MM. A. Fowler et R.-J. Strutt ([1]) ont établi que la partie la plus réfrangible des spectres du Soleil et des étoiles est masquée par les fortes bandes d'absorption de l'ozone atmosphérique depuis λ3339 jusqu'à λ3089, même pour des altitudes très élevées au-dessus de l'horizon. M. Fowler ([2]) a montré, de plus, que le restant, très affaibli, du spectre solaire présente la bande λ3064 à λ3047 de la vapeur d'eau. On voit donc combien est restreinte l'étendue du spectre où doivent être retrouvées les raies caractéristiques des éléments, surtout si l'on admet qu'ils ne sont pas en quantités prédominantes, ou même importantes, dans l'atmosphère du Soleil.

Quant aux spectres stellaires, l'œuvre admirable accomplie par l'Observatoire de Harvard pour le *Draper Catalogue*, au moyen de prismes-objectifs en flint, ne fournit pas de raies de λ inférieures à 3546, pour les 220000 spectres qu'elle a réunis. Entre cette limite et le commencement des bandes de l'ozone λ3349, existe un champ de recherches qui, bien que restreint, pourrait être exploré avec avantage avec des télescopes ou des lunettes portant non plus des spectrographes à optique en quartz, comme on l'avait cru nécessaire jusqu'ici, mais à optique en crown-uviol facilement translucides pour les longueurs d'ondes supérieures à λ3175.

Une colonne spéciale à cette région du spectre a été établie dans le Tableau des raies de grande sensibilité des éléments ([3]), afin de faciliter les comparaisons d'astrophysique. Nous devons ajouter que les clichés de spectres stellaires pris par Huggins ([4]) ou par Hartmann ([5]) au moyen de spectrographes à optique en quartz, montrent que le très petit nombre

([1]) *Proc. Roy. Soc.*, vol. A. 665, 2 octobre 1917.

([2]) *Proc. Roy. Soc.*, vol. A. 663, 12 juillet 1918.

([3]) A. de Gramont, *loc. cit.*

([4]) *Atlas of Stellar Spectra*. Londres, 1899.

([5]) Otto Kohl, *Ultravioletter Teil einiger Fixsternspektren* (*Inaugural Dissertation*). Göttingen, 1913.

d'étoiles assez brillantes pour étendre leurs spectres au delà de la limite des bandes de l'ozone, ne donnent plus qu'une sorte de traînée diffuse où les raies ne sont plus observables.

III. Malgré le peu de sensibilité du spectre de lignes du soufre, la présence de ses raies visibles les plus importantes a été constatée par Lockyer ([1]) dans les étoiles d'Orion, Rigel, du groupe B8A; et Bellatrix, du groupe B2A, dix-neuf dans la première et deux seulement dans la seconde. Ces étoiles, qu'on pourrait appeler *étoiles à métalloïdes*, donnent aussi les spectres de l'hélium, de l'azote, de l'oxygène, du silicium. Lockyer les considère comme très chaudes, mais la nature de leur spectre et sa composition indiquent surtout que celui-ci est le produit de décharges électriques intenses, à grandes différences de potentiel, et à basses pressions. C'est dans ces conditions surtout que la sensibilité du spectre du soufre se développe en donnant des raies brillantes et étroites, dans les tubes de Plücker de nos laboratoires.

HYDRAULIQUE. — *Sur le maximum de rendement des turbines à libre déviation.* Note de M. DE SPARRE.

Je conserve les notations de ma Note au sujet des turbines à réaction ([2]). Je désigne, par suite, par v_0 la vitesse de l'eau à la sortie du distributeur, par w_0 et w_1 les vitesses relatives de l'eau à l'entrée et à la sortie de la roue, par u_0 et u_1 les vitesses d'un point des circonférences d'entrée et de sortie de la turbine, par r_0 et r_1 leurs rayons, par α_0 et β_0 les angles de v_0 et w_0 avec u_0, par H la hauteur de chute, par β_1 l'angle de w_1 avec le prolongement de u_1, et, de plus, par av_0^2 et par $bw_1^2 + cw_0^2$ les pertes de charge dans le distributeur et dans la roue.

Nous aurons alors, w_0 étant la résultante de v_0 et de $-u_0$,

$$\frac{u_0}{\sin(\beta_0 - \alpha_0)} = \frac{w_0}{\sin\alpha_0} = \frac{v_0}{\sin\beta_0}, \tag{1}$$

et, puisque la turbine est à libre déviation,

$$v_0^2 = 2gH - av_0^2. \tag{2}$$

Le théorème des forces vives appliqué au mouvement relatif de l'eau dans

([1]) *Proc. Roy. Soc.*, vol. A. 80, 9 décembre 1907.
([2]) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 561.

la roue donnera ensuite

$$w_1^2 = w_0^2 + u_1^2 - u_0^2 - b w_1^2 - c w_0^2. \tag{3}$$

Nous avons d'ailleurs, pour le rendement ρ, comme dans la Note précédente,

$$\rho = \frac{u_0^2}{g\mathrm{H}}\left[\frac{\sin\beta_0\cos\alpha_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)} + \frac{r_1^2}{r_0^2}\left(\frac{w_1}{u_1}\cos\beta_1 - 1\right)\right]. \tag{4}$$

Si alors nous posons

$$x = \frac{\sin\beta_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)} = \frac{v_0}{u_0}, \tag{5}$$

d'où l'on déduit

$$\frac{\sin^2\alpha_0}{\sin^2(\beta_0-\alpha_0)} = x^2 - 2x\cos\alpha_0 + 1; \tag{6}$$

en posant de plus

$$w_1 = \mu u_1 = \mu\frac{r_1}{r_0}u_0. \tag{7}$$

Nous déduirons des relations précédentes

$$(1+b)\mu^2 = 1 + (1-c)\frac{r_0^2}{r_1^2}(x^2 - 2x\cos\alpha_0) - \frac{c r_0^2}{r_1^2}, \tag{8}$$

$$(1+a)\rho = \frac{2}{x^2}\left[x\cos\alpha_0 - \frac{r_1^2}{r_0^2}(1-\mu\cos\beta_1)\right]. \tag{9}$$

Si l'on suppose ρ donné en éliminant μ entre les équations (8) et (9), on aurait pour déterminer x une équation du quatrième degré, mais on peut résoudre le problème avec une approximation très suffisante de la façon suivante.

Si l'on néglige les pertes de charge et que l'on prenne $\mu = 1$, l'équation (8) donne $x^2 - 2x\cos\alpha_0 = 0$. De plus, pour être dans des conditions acceptables, le rendement ρ ne devra pas être trop inférieur à 1. Nous poserons alors

$$x^2 - 2x\cos\alpha_0 = \eta, \tag{10}$$

$$\rho = 1 - \mathrm{R}, \tag{11}$$

$$m = (1+a)\mathrm{R} - a, \tag{12}$$

R, η et m étant des quantités assez petites [1].

---

[1] Comme nous l'avons dit dans la précédente Note, on a environ

$$a = b = 0{,}06, \qquad c = 0{,}225.$$

Les équations (8) et (9) pourront alors s'écrire

$$(13)\qquad (1+b)\mu^2-1+\frac{cr_0^2}{r_1^2}-\frac{r_0^2}{r_1^2}(1-c)\eta=0,$$

$$(14)\qquad \eta-mx^2+\frac{2r_1^2}{r_0^2}(1-\mu\cos\beta_1)=0;$$

mais m et η étant tous deux assez petits on pourra, dans le produit mx^2, négliger les termes en $m\eta^2$, or si nous négligeons les termes en η^2 on déduit de (10)

$$x^2=4\cos^2\alpha_0+2\eta.$$

En remplaçant x^2 par cette valeur, l'équation (14) devient

$$\eta(1-2m)-4m\cos^2\alpha_0+\frac{2r_1^2}{r_0^2}(1-\mu\cos\beta_1)=0.$$

En tirant alors η de l'équation (13) et portant sa valeur dans cette dernière relation, on aura

$$(15)\qquad (1-2m)(1+b)\mu^2-2(1-c)\cos\beta_1\mu+1-c\left(2-\frac{r_0^2}{r_1^2}\right)$$
$$-2m\left[2\frac{r_0^2}{r_1^2}(1-c)\cos^2\alpha_0-1+c\frac{r_0^2}{r_1^2}\right]=0.$$

Pour que les racines de cette équation soient réelles, il faut que l'on ait

$$m\geq m_1,$$

m_1 étant la plus petite racine de l'équation

$$(16)\qquad Mm^2-2Nm+P=0,$$

où

$$M=4\left(2\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0-\frac{1-c\frac{r_0}{r_1^2}}{1-c}\right),$$

$$N=2\left[\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0+\frac{c\left(\frac{r_0^2}{r_1^2}-1\right)}{1-c}\right],$$

$$P=1+\frac{c\left(\frac{r_0^2}{r_1^2}-1\right)}{1-c}-\frac{(1-c)\cos^2\beta_1}{1+b}.$$

D'ailleurs comme m^2 est assez petit, on pourra, comme première approxi-

mation, prendre, en négligeant les termes m^2,

$$m'_1 = \frac{P}{2N}. \tag{17}$$

Si l'on prend pour m la valeur m_1, déduite de (16), les racines de (15) étant égales, on aura pour la valeur correspondante de μ

$$\mu_1 = \frac{(1-c)\cos\beta_1}{(1+b)(1-2m_1)}. \tag{18}$$

On déduira alors de (11) et (12) pour le maximum ρ_m de ρ

$$\rho_m = \frac{1-m_1}{1+a}. \tag{19}$$

Puis (13) fera connaître η, et η étant connu, (10) donnera x, et l'on aura enfin β_0 par la relation

$$\cot(\beta_0 - \alpha_0) = \frac{x - \cos\alpha_0}{\sin\alpha_0}, \tag{20}$$

η et μ étant calculés, on peut vérifier que la valeur de ρ_m déduite de (19) est assez approchée en calculant par la relation (9) la valeur exacte de ρ correspondant à ces valeurs de η et μ.

En prenant, comme dans la Note précédente,

$$a = b = 0,06, \qquad c = 0,225, \qquad \alpha_0 = \beta_1 = 20°, \qquad r_1 = 0,8\,r_0,$$

on trouve

$$m_1 = 0,0952, \qquad \rho_m = 0,8536\ (^1), \qquad \mu = 0,8486, \qquad \eta = 0,0949,$$

$$x = 1,9287, \qquad \frac{1}{x} = \frac{u_0}{v_0} = 0,5185, \qquad \beta_0 = 39°5'.$$

Si, partant des valeurs précédentes de μ et de x, on calcule par (9) la valeur correspondante de ρ, on trouve $\rho = 0,8531$, soit une différence de 0,0005 seulement.

Dans le cas actuel si l'on cherche, en faisant un petit sacrifice sur le rendement, à augmenter la rapidité de la turbine, on n'arrive, contrairement à ce qui a lieu pour les turbines à réaction, qu'à un résultat très médiocre. Dans l'exemple donné, si l'on prenait $\rho = 0,83$ en sacrifiant donc 0,0231 sur le rendement, on obtient $\frac{1}{x} = 0,5856$, et, si l'on voulait avoir $\frac{1}{x} = 0,6$, donc gagner 8 pour 100 environ sur la vitesse relative, on aurait $\rho = 0,8148$, on devrait donc sacrifier près de 4 pour 100 sur le rendement.

---

(1) Si l'on avait pris pour m_1 la valeur déduite de la formule (16) on aurait trouvé pour ρ_m la valeur 0,8642, donc une valeur de 1 pour 100 environ trop forte.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Georges Humbert*, décédé.

Le nombre de votants étant 54,

M. Émile Borel	obtient	. . . .	48 suffrages
M. Henri Lebesgue	»	. . . .	4 »
M. Jules Drach	»	. . . .	1 suffrage

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **Émile Borel**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

Par l'unanimité de 37 suffrages, MM. **C. Jordan**, **H. Le Chatelier**, le Prince **Roland Bonaparte** sont réélus Membres du Conseil de la *Fondation Loutreuil* pour les années 1921, 1922 et 1923.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Nouveau traité des eaux souterraines*, par E.-A. Martel.

2° *Discours sur l'évolution des connaissances en Histoire naturelle*, par Georges Pennetier. Quatrième Partie : *XVIIIe-XIXe siècles. 3. Botanique. 4. Zoologie.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les polynomes $\mathfrak{V}$ d'Hermite-Didon et les fonctions de Laplace dans l'hyperespace.* Note [1] de M. **Pierre Humbert**, présentée par M. Appell.

Nous avons rencontré récemment [2] les polynomes $\mathfrak{V}_{m,n}(x, y)$ d'Hermite dans l'expression de la fonction de Laplace en coordonnées hypertoroïdales. Montrons qu'une infinité de changements de variables analogues, dans l'hyperespace, conduira encore à des fonctions de Laplace où figureront ces mêmes polynomes à 2 ou à n variables.

I. Considérons d'abord, dans l'espace à trois dimensions, le changement de variables

$$(1) \qquad x = F(\rho, \sigma)\cos\varphi, \qquad y = F(\rho, \sigma)\sin\varphi, \qquad z = \Phi(\rho, \sigma),$$

que nous supposerons orthogonal.

On écrira aisément l'équation de Laplace $\Delta U = 0$ sous la forme classique indiquée par Lamé, et l'on en obtiendra immédiatement une solution en posant

$$(2) \qquad U = U_1(\rho, \sigma)\sin(m+1)\varphi,$$

la fonction U_1 satisfaisant à l'équation aux dérivées partielles

$$(3) \qquad \frac{\partial}{\partial\rho}\left[F\sqrt{\frac{S}{R}}\frac{\partial U_1}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left[F\sqrt{\frac{R}{S}}\frac{\partial U_1}{\partial\sigma}\right] - \frac{(m+1)^2}{F}\sqrt{RS}\,U_1 = 0,$$

où

$$R = \left(\frac{\partial F}{\partial\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\right)^2, \qquad S = \left(\frac{\partial F}{\partial\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma}\right)^2.$$

Ceci posé, nous déduirons du système (1) un changement de variables dans l'espace à 4 dimensions par les formules

$$x = u\,F(\rho, \sigma), \qquad y = v\,F(\rho, \sigma), \qquad z = \sqrt{1-u^2-v^2}\,F(\rho, \sigma), \qquad t = \Phi(\rho, \sigma).$$

Si l'on forme l'équation de Laplace dans ce nouveau système (qui n'est pas orthogonal), on trouve, en tenant compte de (1),

$$\sqrt{RS}\sqrt{1-u^2-v^2}\left\{\frac{\partial}{\partial u}\left[\frac{1-u^2}{\sqrt{1-u^2-v^2}}\frac{\partial U}{\partial u} - \frac{uv}{\sqrt{1-u^2-v^2}}\frac{\partial U}{\partial v}\right] + \frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{1-v^2}{\sqrt{1-u^2-v^2}}\frac{\partial U}{\partial v} - \frac{uv}{\sqrt{1-u^2-v^2}}\frac{\partial U}{\partial u}\right]\right\}$$
$$+ \frac{\partial}{\partial\rho}\left[F^2\sqrt{\frac{S}{R}}\frac{\partial U}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left[F^2\sqrt{\frac{R}{S}}\frac{\partial U}{\partial\sigma}\right] = 0.$$

---

[1] Séance du 4 avril 1921.

[2] *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 1116.

Si l'on développe alors les termes contenant les dérivées par rapport à u et v, on reconnaîtra les premiers termes d'une équation différentielle unique vérifiée par les polynomes d'Hermite, $\mathfrak{V}_{m,n}(u, v)$, et l'on sera dès lors amené à mettre la fonction de Laplace sous la forme

$$U = U_2(\rho, \sigma)\mathfrak{V}_{m,n}(u, v),$$

où la fonction U_2 satisfait à l'équation, analogue à (3),

$$(4)\quad \frac{\partial}{\partial\rho}\left[F^2\sqrt{\frac{S}{R}}\frac{\partial U_2}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left[F^2\sqrt{\frac{R}{S}}\frac{\partial U_2}{\partial\sigma}\right] - (m+n+1)(m+n+2)\sqrt{RS}\,U_2 = 0.$$

II. On étendra ce résultat à l'espace à $n+2$ dimensions en considérant le changement de variables

$$x_1 = u_1 F(\rho, \sigma), \quad \ldots, \quad x_n = u_n F(\rho, \sigma),$$
$$x_{n+1} = \sqrt{1 - u_1^2 - \ldots - u_n^2}\,F(\rho, \sigma), \quad x_{n+2} = \Phi(\rho, \sigma).$$

La fonction de Laplace pourra alors être mise sous la forme

$$U = U_n(\rho, \sigma)\mathfrak{V}_{m_1,\ldots,m_n}(u_1, \ldots, u_n),$$

$\mathfrak{V}$ étant le polynome généralisé par Didon, et U_n satisfaisant à

$$(5)\quad \frac{\partial}{\partial\rho}\left[F^n\sqrt{\frac{S}{R}}\frac{\partial U_n}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left[F^n\sqrt{\frac{R}{S}}\frac{\partial U_n}{\partial\sigma}\right]$$
$$- (m_1 + \ldots + m_n + 1)(m_1 + \ldots + m_n + 2)F^{n-2}\sqrt{RS}\,U_n = 0.$$

Cette formule générale s'applique d'ailleurs aussi à l'espace ordinaire, $n = 1$, si l'on se souvient que la fonction $\mathfrak{V}_m(u)$ à une variable est égale à $\sin[(m+1)\arccos u]$, donc à $\sin(m+1)\varphi$ si l'on pose $u = \cos\varphi$.

III. *Exemples.* — *a*. Partons des coordonnées cylindriques

$$x = \rho\cos\varphi, \quad y = \rho\sin\varphi, \quad z = z,$$

où l'on a donc $F = \rho$, $\Phi = \sigma$. Nous en déduisons le système à 4 variables

$$x = u\rho, \quad y = v\rho, \quad z = \rho\sqrt{1 - u^2 - v^2}, \quad t = t,$$

où les hypersurfaces $u = \text{const.}$ sont des hypercylindres ayant pour base dans l'espace des xyz le cône $(u^2 - 1)x^2 + u^2(y^2 + z^2) = 0$. On trouvera aisément dans ce cas une solution de l'équation (4), et l'on pourra mettre la fonction de Laplace sous la forme

$$U = \rho^{-\frac{1}{2}} J_{m+n+\frac{3}{2}}(\lambda\rho)\,e^{\lambda t}\,\mathfrak{V}_{m,n}(u, v),$$

J étant la fonction de Bessel.

b. Si nous passons des coordonnées

$$x=\sqrt{\rho^2-1}\sin\theta\cos\varphi,\qquad y=\sqrt{\rho^2-1}\sin\theta\sin\varphi,\qquad z=\rho\cos\theta,$$

appelées *sphéroïdales* par les auteurs anglais, aux coordonnées que nous appellerons *hypersphéroïdales* dans l'espace à $n+2$ dimensions,

$$x_1=u_1\sin\theta\sqrt{\rho^2-1},\quad\ldots,\quad x_n=u_n\sin\theta\sqrt{\rho^2-1},$$
$$x_{n+1}=\sin\theta\sqrt{\rho^2-1}\sqrt{1-u_1^2-\ldots-u_n^2},\qquad x_{n+2}=\rho\cos\theta,$$

où $\rho=$ const. est l'hypersurface du second degré

$$\frac{x_1^2+\ldots+x_{n+1}^2}{\rho^2-1}+\frac{x_{n+2}^2}{\rho^2}=1,$$

nous trouverons, pour la fonction de Laplace, l'expression

$$\mathrm{U}=\mathrm{C}^{\frac{n}{2}}_{p,m_1+\ldots+m_n+n}(\rho)\,\mathrm{C}^{\frac{n}{2}}_{p,m_1+\ldots+m_n+n}(\cos\theta)\,\mathfrak{V}_{m_1,\ldots,m_n}(u_1,\ldots,u_n),$$

où les C sont les fonctions généralisées de Gegenbauer [1], p étant une constante quelconque.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Caractères de certaines fonctions intégrables et opérations correspondantes.* Note [2] de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Hadamard.

Je renvoie le lecteur, pour les définitions et les résultats ci-après admis, à mes deux dernières Notes.

Par définition, une fonction f sera dite *intégrable* $(\mathrm{T}_{2.s})$ si elle est, sur une épaisseur pleine, la dérivée seconde ordinaire-approximative, soit $\mathcal{F}''_{0.a}$, d'une fonction $\mathcal{F}$ résoluble $(2, s)$; et l'*intégrale* $\mathrm{T}_{2.s}(f, a, b, x)$ *à trois limites* a, b, x est, si a et b sont distincts et indépendants de x, la détermination unique de $\mathcal{F}(x)$ s'annulant pour $x=a$ et pour $x=b$. On a

$$(1)\qquad \mathrm{T}_{2.s}(f, a, b, c)=(c-b)\mathcal{F}(a)+(a-c)\mathcal{F}(b)+(b-a)\mathcal{F}(c).$$

d'où, en vertu d'identités de géométrie élémentaire, quel que soit f,

$$(2)\qquad (d-c)\mathrm{T}_{2.s}(a, b, x)+(x-d)\mathrm{T}_{2.s}(a, b, c)+(c-x)\mathrm{T}_{2.s}(a, b, d)=(b-a)\mathrm{T}_{2.s}(c, d, x),$$

[1] Nous avons expliqué cette notation dans les *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 537.

[2] Séance du 4 avril 1921.

formule permettant, si l'on connaît $T_{2.s}(f, a, b, x)$ pour toute valeur de x dans un intervalle i, d'avoir $T_{2.s}(f, c, d, x)$, quels que soient c, d, x dans i.

Enfin, les nombres $a=x_0$, $b=x_1$, x_2, ..., x_{n-1}, $x_n=x$ étant deux à deux distincts :

$$\sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{x-x_i}{(x_i-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)} T_{2.s}(x_{i-1}, x_i, x_{i+1}) = \frac{1}{b-a} T_{2.s}(a, b, x). \tag{3}$$

Nous dirons que nous connaissons $T_{2.s}(f, a, b, c)$ sur un intervalle, sur un segment ou généralement sur un ensemble quand nous connaîtrons ce nombre pour tous les systèmes de valeurs de a, b, c appartenant simultanément à cet ensemble.

Des quatre caractères des fonctions $\mathfrak{F}$ *résolubles* $(2, s)$ nous déduisons les *caractères des fonctions f intégrables* $(T_{2.s})$ et les *opérations* du calcul de $T_{2.s}(f, a, b, c)$.

Premier caractère (forme la plus réduite). — *Les points au voisinage desquels f n'est pas totalisable forment un ensemble non dense* E_1, d'après le quatrième caractère des fonctions résolubles $(2, s)$ appliqué au continu.

Soient a, b, c trois points intérieurs à un même intervalle contigu à E_1. La totalisation se prêtant à l'intégration par parties, on a

$$T_{2.s}(f, a, b, c) = \int_b^c (bc+ax) f(x)\,dx + \int_c^a (ca+bx) f\,dx + \int_a^b (ab+cx) f\,dx. \tag{4}$$

Le calcul du second membre (où les intégrales sont des totales) sera la *première opération*.

Deuxième caractère. — En vertu de la continuité (premier caractère) des fonctions résolubles $(2, s)$, *si le nombre* $T_{2.s}(f, \alpha, \beta, \gamma)$ *est connu, et si* α, β, γ *tendent respectivement vers* a, b, c, $T_{2.s}(f, \alpha, \beta, \gamma)$ *tend vers une limite qui est par définition* $T_{2.s}(f, a, b, c)$.

Ce passage à la limite sera la *deuxième opération* de l'intégration $T_{2.s}$.

Cette opération nous fournit en particulier $T(a, b, c)$:

1° sur un segment quand nous aurons ce nombre sur l'intervalle ayant les mêmes extrémités;

2° sur un ensemble parfait P, connaissant $T(a, b, c)$ sur un ensemble E partout dense sur P.

Nous obtenons donc $T(a, b, c)$ sur tout segment contigu à E_1.

Troisième caractère. — Il se déduit de l'égalité

$$T_{2,s}(f, \alpha-\varepsilon, \alpha, \alpha+\varepsilon) = \varepsilon[\mathcal{F}(\alpha-\varepsilon)+\mathcal{F}(\alpha+\varepsilon)-2\mathcal{F}(\alpha)]$$

et du second caractère des fonctions résolubles (2, s), grâce à la formule (2).

s et s' étant deux segments adjacents ayant l'extrémité commune α, et sur chacun desquels $T(a, b, c)$ *est connu, l'expression*

$$\frac{(x-\alpha)T(a, \alpha-\varepsilon, \alpha)+(\alpha-a)T(\alpha, \alpha+\varepsilon, x)}{\varepsilon},$$

où a appartient à s et x à s', tend vers une limite quand ε tend vers zéro.

Cette limite est, *par définition*, $T_{2,s}(f, a, \alpha, x)$. Ce passage à limite constitue la *troisième opération*. Elle consiste donc à *appliquer la formule* (2) à la suite $a, \alpha-\varepsilon, \alpha, \alpha+\varepsilon, x$, *en annulant* $T(\alpha-\varepsilon, \alpha, \alpha+\varepsilon)$ (et faisant ensuite tendre ε vers zéro).

La troisième opération nous permet d'avoir $T(a, b, c)$ sur tout intervalle ne contenant aucun point limite de E_1. De proche en proche, par une infinité dénombrable d'opérations deuxièmes et troisièmes, appliquées aux intervalles contigus et aux points isolés des dérivés successifs de E_1, on déduit de $T(a, b, c)$ donné par la formule (4) sur tout intervalle contigu à E_1, $T(a, b, c)$ sur tout segment contigu à P_1, noyau parfait de E_1.

Premier caractère (forme réduite). — Nous le déduisons dans un cas particulier du quatrième caractère des fonctions résolubles (2, s).

Si l'ensemble parfait P *n'admet pas de segments spéciaux et si*

$$T_{2,s}(f, a, b, c)$$

est connu sur tout segment contigu à P, *ou bien* : 1° $\frac{1}{\beta_n-\alpha_n}\frac{dT(\alpha_n, \beta_n, x)}{dx}$ *existe aux deux extrémités $x=a_n$ et $x=b_n$, de tout segment contigu u_n, auquel appartiennent à la fois les points distincts α_n et β_n* (la différence w_n de ces deux nombres est alors indépendante de α_n et de β_n);

2° *La fonction ψ égale à f sur* P *et à $\frac{w_n}{u_n}$ sur u_n est totalisable;*

3° *r_n étant la demi-somme des valeurs de $\frac{dT}{dx}(a_n, b_n, x)$ pour $x=a_n$ et pour $x=b_n$, la fonction χ nulle sur* P *et égale sur u_n à $\frac{r_n}{u_n}$ est totalisable.*

Ou bien les points de P *au voisinage desquels l'une au moins des trois conditions précédentes tombe en défaut, forment un ensemble* H *non dense sur* P.

Soient a, b, c trois points de P intérieurs à un même intervalle ω contigu à H. Posons, B et C se déduisant de A par la permutation de a, b, c, et les intégrales à effectuer étant des totales,

$$A = \int_b^c [bc\psi + a(x\psi + \chi)]\,dx.$$

On a alors

$$T_{2.s}(f, a, b, c) = A + B + C.$$

Le calcul indiqué par le second membre sera la *quatrième opération* (dont la première est un cas simplifié).

Si u_m est un contigu de P intérieur à ω, la formule précédente donne $T(a, b, a_m)$ et $T(a, b, b_m)$. Comme, par hypothèse, $T(a_m, b_m, x)$ est connu si $a_m < x < b_m$, on a $T(a, b, x)$ quel que soit x sur ω, donc $T(a, b, c)$ sur tout segment contigu à H.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le diamètre apparent de Bételgeuse.* Note de M. Charles Nordmann.

Soient D_1 et D_2 les diamètres de deux étoiles ou d'une étoile et du Soleil. J'ai indiqué il y a 10 ans [1] que les diamètres sont liés aux grandeurs photométriques g_1 et g_2 des deux astres, à leurs distances à la terre d_1 et d_2, et à leurs éclats intrinsèques E_1 et E_2 par la formule

$$(a) \qquad \log\frac{D_1}{D_2} = \log\frac{d_1}{d_2} - \left[\frac{1}{5}(g_1 - g_2) + \frac{1}{2}\log\frac{E_1}{E_2}\right],$$

formule dans laquelle, comme je l'avais établi précédemment [2], on a

$$(b) \qquad \frac{E_1}{E_2} = \frac{e^{\frac{14600}{0,54\times T_2}} - 1}{e^{\frac{14600}{0,54\times T_1}} - 1},$$

T_1 et T_2 désignant respectivement les températures effectives des deux étoiles considérées.

Dans la formule (a), $\frac{D_1}{D_2}$ indique le rapport des diamètres réels de ces étoiles et j'en ai déduit les valeurs des diamètres effectifs d'un certain

(1) *Sur les diamètres effectifs des étoiles* (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 73).
(2) *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 448 et 669.

nombre d'étoiles dont les températures effectives avaient été mesurées (*loc. cit.*). Si, dans cette formule, on supprime le terme en $\frac{d_1}{d_2}$, $\frac{D_1}{D_2}$ indique alors le rapport des diamètres apparents des étoiles considérées.

Le professeur Michelson venant tout récemment de déterminer le diamètre apparent de l'étoile Bételgeuse (α Orion) par une méthode interférentielle dont le principe est dû à Fizeau, et qu'il a appliquée au réflecteur de 100 pouces de Mount Wilson, il est intéressant de comparer le nombre qu'il a ainsi obtenu à celui que fournit la méthode que j'ai indiquée il y a dix ans.

Le diamètre apparent de Bételgeuse a été trouvé par M. Michelson égal à 0",046 [1].

Quelle valeur fournit, d'autre part, notre méthode indirecte? J'ai trouvé naguère pour Bételgeuse une température effective égale à 2750° absolus (observations de février 1910). Récemment M. Le Morvan a repris, sur ma demande, au moyen de notre photomètre stellaire hétérochrome la détermination de la température effective de cette étoile. Ses observations faites par beau temps, le 21 février 1921, en prenant comme étoile de comparaison α Taureau pour laquelle nous avions trouvé autrefois une température effective égale à 3500° (*loc. cit.*) conduisent pour Bételgeuse à une température effective égale à 2680°. Ce nombre est en excellent accord avec celui que j'avais obtenu précédemment. En adoptant, pour la température effective de Bételgeuse, la moyenne du résultat de M. Le Morvan et du mien, et en appliquant la formule (a) à cette étoile et à α Taureau, on trouve finalement, comme valeur du diamètre apparent de Bételgeuse,

0",059,

nombre très voisin de celui (0",046) trouvé par M. Michelson.

Rappelons, à ce propos, que j'avais trouvé par ma méthode pour α Taureau un diamètre apparent égal à 0",018 [2]. Récemment, et par une méthode analogue à la mienne [3], M. H.-N. Russell a obtenu pour le diamètre apparent de cette étoile une valeur, 0",024, presque égale à celle que j'avais indiquée il y a dix ans. Il n'est peut-être pas inutile de rappeler à ce propos qu'ainsi l'introduction, dans les recherches stellaires, des

---

(1) *Scientific American Monthly*, mars 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 75.

(3) *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, décembre 1920, p. 316.

méthodes, aujourd'hui si répandues, notamment en Amérique, qui introduisent la notion d'éclat intrinsèque vrai des étoiles et ses rapports avec leurs températures effectives a été indiquée et appliquée en France il y a plus de dix ans.

Autrefois on se contentait de supposer égaux les éclats intrinsèques du Soleil et des étoiles. Les incertitudes, ou pour mieux dire les erreurs introduites de ce fait, étaient souvent énormes surtout lorsqu'il s'agissait d'étoiles différant beaucoup du Soleil par leur température.

Ainsi, précisément dans le cas de l'étoile Bételgeuse, la formule (*b*) rappelée ci-dessus établit que son « éclat intrinsèque effectif » n'est égal qu'à 0,007 de celui du Soleil. En admettant pour cette étoile un éclat intrinsèque égal à celui du Soleil, on aurait été conduit à attribuer à son diamètre apparent une valeur 12 fois trop petite, tandis que le nombre que nous avons trouvé ne diffère de celui obtenu par Michelson que de 0,22 de sa valeur, ce qui est un excellent accord dans des déterminations aussi délicates.

ASTRONOMIE. — *Observations de l'éclipse de Soleil du* 8 *avril faites à l'Observatoire de Strasbourg.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

L'éclipse de Soleil du 8 avril (temps civil) a pu être observée à l'Observatoire de Strasbourg dans d'excellentes conditions atmosphériques.

Le ciel est resté d'une pureté parfaite depuis la pointe du jour jusqu'à la fin du phénomène; seul un vent *assez fort* s'est montré assez gênant et a pu nuire légèrement à la qualité des images.

Les circonstances dans lesquelles se présentait l'éclipse (très éloignée de la totalité) ne permettaient d'entreprendre d'autres observations utiles que celles des contacts, auxquelles ont été jointes des mesures diverses (mesures de cordes, éclipses de taches solaires, etc.).

Les instruments employés ont été : le petit équatorial (162^{mm}), l'altazimut (136^{mm}), le chercheur de comètes (162^{mm}) et diverses lunettes portatives.

Ainsi qu'il arrive souvent dans ce genre d'observations, le premier contact n'a pu être saisi exactement par l'ensemble des observateurs; par contre une grande concordance est constatée dans les observations du second contact.

Voici les chiffres obtenus par le premier contact :

Observateurs.	Heures observées.	Instruments.
Esclangon..........	$7^h 34^m 26^s$ (t. m. Gr.)	Altazimut
Danjon.............	$7^h 34^m 20^s$ (1)	Petit équatorial

Pour le second contact, les nombres trouvés sont les suivants :

Observateurs.	Heures observées. h m s	Instruments.
Esclangon................	10.9.41	Altazimut
Calvet (Mlle).............	10.9.42	»
Danjon..................	10.9.39 10.9.41 (2)	Petit équatorial
Rougier.................	10.9.39	Lunette de 108mm
Arico...................	10.9.38	»
Cohn...................	10.9.37,5	»

D'une manière générale le phénomène paraît légèrement en avance sur les heures prévues.

Les angles de position correspondant aux contacts ont été déterminés au petit équatorial par M. Danjon, qui a obtenu pour le premier contact 288°40′, pour le dernier 53°55′.

ASTRONOMIE. — *Éclipse de Soleil du 7 avril 1921 (Résumé des observations effectuées à l'Observatoire de Besançon).* Note de M. **A. Lebeuf.**

L'éclipse partielle de Soleil du 7 avril 1921 a été suivie à l'Observatoire de Besançon dans des conditions favorables, cependant diminuées par un vent violent du NE et la présence, par intervalles, de quelques rapides cumulus.

Voici, brièvement résumées, les différentes observations faites au cours de ce phénomène :

---

(1) Ce nombre n'a pas été obtenu directement. Il a été déduit d'un ensemble d'observations très concordantes sur les cordes au voisinage du premier contact. La même méthode employée pour le second contact a donné pour celui-ci un nombre conforme à ceux trouvés par l'ensemble des observateurs observant directement ce phénomène.

(2) Ce deuxième nombre est déduit de l'observation des cordes au voisinage du second contact.

Observations des contacts.

T. m. Greenwich.	Angle du pôle.	Observateur.	Instrument.	Remarques.
		Premier contact.		
$19^h 30^m 48^s,3$	$258°,3$	Chofardet	Éq. coudé	Bord solaire ondulant.
		Deuxième contact.		
22. 4.28,2	»	Goudey	Éq. droit	Bord solaire ondulant.
22. 4.36,1	53,3	Chofardet	Éq. coudé	Bord solaire ondulant.
22. 4.40,0	»	Poutignat	Éq. Secrétan	Impression d'un léger retard.

Avec l'équatorial photographique Secrétan, M. Chofardet a réussi 16 clichés pendant la durée de cette éclipse.

Sous la coupole de l'équatorial Secrétan, au moyen d'un thermomètre suspendu à la lunette, en plein soleil, M. Chofardet constate, dans 31 lectures, que la température matinale monte normalement jusqu'à 11°,2 à $19^h 51^m,6$, puis baisse sensiblement, par à-coups, à 7°,5 vers $21^h 9^m$, remonte ensuite, avec la réapparition du soleil, pour atteindre 13°,8 à $21^h 54^m,3$, temps voisin de celui du dernier contact.

Identiquement, mais en plein air, avec un thermomètre exposé au soleil, M. Poutignat, parmi 23 lectures, note 8°,6 à $19^h 50^m$, 5°,5 à $20^h 50^m$, puis 11°,7 à $21^h 55^m$. Sous l'abri ordinaire, à l'ombre, M. Poutignat obtient, pour les mêmes heures, comme humidité, 60, 62, 57, et comme lectures au thermomètre sec, 5°,7, 4°,7 et 7°,1.

Pendant la plus grande phase, la luminosité, passablement atténuée, permet à MM. Sallet, Poutignat et J. Roland d'apercevoir à l'œil nu Vénus de $20^h 44^m$ à $20^h 58^m$; Mercure est demeuré invisible. La campagne présente alors une teinte blafarde, mais il est constaté que les oiseaux n'en sont nullement impressionnés.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Soleil du 8 avril 1921.* Note de M. **Moreux**, présentée par M. Baillaud.

L'observation de l'éclipse de Soleil du 8 avril 1921 a été favorisée à Bourges par un ciel d'une très grande pureté.

A l'Observatoire, dont les coordonnées sont Lat. N = 47°4′23″ et 0°3′57″ E. de Paris, j'ai pu noter les moments des contacts à la seconde près. Voici les heures observées :

Premier contact.................... $8^h 28^m 24^s$
Dernier contact.................... $9^h 59^m 46^s$

Pendant l'éclipse j'ai pu faire des observations intéressantes sur les parties du disque solaire voisines du limbe obscur de la Lune. Un groupe de taches assez important s'est trouvé occulté vers $8^h 20^m$. Or, à mesure que le bord lunaire entamait le groupe, j'ai pu constater que les filaments déliés des pénombres que j'observais avec un grossissement de 325 et une admirable définition, n'ont à aucun moment manifesté de déformation, phénomène qui n'aurait pas manqué de se produire s'il y avait eu des traces d'atmosphère à la surface de notre satellite.

Mais 3 secondes avant la rencontre du noyau principal du groupe de taches, j'ai pu, par contre, apercevoir entre ce noyau sombre et le bord lunaire le phénomène de la *goutte noire*, sous forme d'un ligament très délié constitué par trois lignes sombres parallèles.

C'est la première fois que j'ai été témoin de ce fait au cours des nombreuses éclipses que j'ai déjà observées.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Reid* (1921 *a*) *faites à l'Observatoire de Marseille, Équatorial Eichens de* 0^m, 26. Note de M. MICHKOVITCH, présentée par M. B. Baillaud.

ates. 921.	Temps moyen de Marseille.	Δ en Æ.	ΔⒹ.	Nombre de compar.	Æ apparente.	Log. fact. parall.	Ⓓ apparente.	Log. fact. parall.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
ril 4..	15.40.50	+0.45,98	+ 8.37,3	10:10	20.26.32,39	$9,562_n$	— 2.36.29,8	0,789	1
5...	15.32.15	+0.57,18	+ 1.57,7	18:10	20.27.08,12	$9,568_n$	— 1.24.15,0	0,784	2
6...	15.45.41	+0.12,24	+ 2.46,5	18:10	20.27.45,61	$9,548_n$	— 0.06.42,7	0,779	3
6...	15.45.41	—0.12,33	— 1.56,5	18:10	20.27.45,59	$9,548_n$	— 0.06.41,5	0,779	4

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	Æ moyenne 1921.	Réduction au jour.	Ⓓ moyenne 1921,0.	Réduction au jour.	Autorité.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1	9,6	20.25.45,60	+ 0,84	— 2.45.12,0	+ 4,1	Alg ph —2°—239
2	8,3	20.26.10,09	+ 0,86	— 1.26.16,7	+ 3,8	Abb 11539
3	10,4	20.27.32,50	+ 0,88	— 0.09.32,8	+ 3,4	Alg ph —0°256; —1°75
4	10,0	20.27.57,03	+ 0,88	— 0.04.48,4	+ 3,4	Alg ph —1°91

Remarques. — 4 avril. — Comète de gr. 8,0, présentant une forte condensation NF entourée d'une belle nébulosité, d'étendue de 6^s. — Ciel beau.

5 avril. — $16^h 50^m$ comète encore visible, malgré la clarté du jour.

6 avril. — La condensation se prononce encore plus fortement.

ASTRONOMIE. — *L'éclipse de Soleil du 7 avril 1921 à l'Observatoire de Lyon.* Note de M. **Jean Mascart**, présentée par M. B. Baillaud.

La couverture du ciel le matin laissait peu d'espoir d'observer l'éclipse. Un ciel cirreux, avec stratus, donnait des images mauvaises et agitées et il fallut profiter des éclaircies successives de plus en plus importantes : le premier contact ne fut pas visible; puis les espaces moins opaques de la couche nuageuse permirent l'observation de diverses phases; enfin, après le maximum, on put procéder à des mesures assez satisfaisantes.

A l'équatorial coudé observaient MM. J. Guillaume et H. Grouiller. Le champ restreint des oculaires des micromètres ne permit pas de faire des mesures de la corde commune pendant toute la durée du phénomène : le temps libre permit d'expérimenter divers procédés d'observation, et, finalement, on attendit la possibilité de faire des mesures sur une projection dont l'image mesurait environ $1^{m},50$ de diamètre. En 24 minutes il a été fait 40 mesures de l'angle de position de la corde.

M. Ph. Flajolet et Mlle C. Bac observaient à l'équatorial Brünner. Pendant la première moitié du phénomène, on a procédé à 7 mesures de flèches et 5 angles de position, mesures un peu incertaines par suite de l'agitation des images et de leur faiblesse; à la fin de la deuxième phase, M. Flajolet fit 32 mesures et Mlle Bac 14.

Le dernier contact a été noté en temps moyen de Lyon :

	h	m	s
Par M. J. Guillaume..............	22.	19.	15,1
Par M. Grouiller..................	»	»	16,1
Par Mlle C. Bac...................	»	»	18,1
Par M. Ph. Flajolet..............	»	»	23,1

Au sidérostat, M. Ch. Gallissot avait monté le spectrophotomètre de M. Gouy, et fut assisté par Mlle E. Bellemin pour effectuer avant, pendant et après l'éclipse des mesures systématiques de la quantité de lumière diffusée par une région particulière du ciel : la région choisie fut le zénith et les 542 estimations d'éclairement effectuées sont réparties sur cinq régions déterminées du spectre caractérisées par les longueurs d'onde moyennes $0^{\mu},675$; $0^{\mu},578$; $0^{\mu},513$; $0^{\mu},460$ et $0^{\mu},442$, parmi lesquelles la région $0^{\mu},578$ comprend les raies de Brewster. Ces mesures avaient été prévues pour étudier le bleu du ciel pendant la durée de l'éclipse, par comparaison des résultats obtenus avec ceux donnés par les journées normales, et de voir en même

temps si l'éclipse était accompagnée d'une modification sensible dans l'intensité des raies telluriques. Le ciel est resté couvert dans la région zénithale pendant toute la durée du phénomène mais assez uniformément, cependant, pour que les mesures effectuées indiquent une variation régulière de l'éclairement du ciel pendant l'éclipse.

Le thermomètre enregistreur indique, pendant l'éclipse, une baisse de 0°,8. L'hygromètre, qui était en baisse rapide depuis 4^h du matin, s'arrête de baisser pendant une heure un quart et, au moment du maximum, remonte même de un centième; sitôt après l'éclipse, la baisse reprend. Mais il est à noter que cet abaissement de température et ce palier dans l'humidité correspondent aussi à la couverture du ciel pendant la première moitié de l'éclipse.

Rien à signaler aux autres instruments ni au magnétisme.

ASTRONOMIE. — *Sur l'aplatissement du sphéroïde de Saturne.* Note de M. P. STROOBANT, présentée par M. B. Baillaud.

Les déplacements de la ligne des nœuds et de la ligne des apsides des satellites de Saturne résultent de l'attraction du renflement équatorial de la planète, de celle des satellites et de celle de l'anneau. L'influence du Soleil pour les satellites intérieurs est négligeable.

La première de ces actions est, de beaucoup, la plus importante. Nous l'avons calculée en nous basant sur l'expression du potentiel, V, d'une planète, donnée par Callandreau (*Annales de l'Observatoire de Paris*, *Mémoires*, t. 19, p. E.84); en substituant les dérivées de V, dans les équations de Lagrange, on trouve pour le mouvement du nœud en une année julienne :

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{n}{fM\sqrt{1-e^2}}\frac{1}{a^2}\left(K_1 + \frac{15}{4}\frac{K_2}{a^2}\right) \times 365,25,$$

où n, a et e sont respectivement le moyen mouvement diurne du satellite, le demi-grand axe et l'excentricité de son orbite, M la masse de Saturne, f la constante de l'attraction, K_1 et K_2 des constantes qui dépendent de la masse, de l'aplatissement α, et de la durée de rotation, T, de la planète. En négligeant le carré de la petite inclinaison du plan de l'orbite sur l'équateur de Saturne, le déplacement de la ligne des apsides a la même valeur absolue que celui du nœud, excepté que $\sqrt{1-e^2}$ passe du dénominateur au numérateur de l'expression ci-dessus.

Nous avons pris les valeurs numériques suivantes :

$$M = \frac{1}{3490}, \qquad T = 0,42666\,\text{j. (A. Hall)} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{9.953}$$

(moyenne de sept séries de déterminations). Les déplacements des nœuds de Mimas, Téthys et Rhéa sont ceux obtenus par G. Struve ([1]) et le mouvement du périsaturne de l'orbite de Titan est donné d'après H. Struve ([2]), ainsi que les masses des satellites utilisées pour le calcul des inégalités produites par leurs actions réciproques. On a :

Satellite.	Valeur observée.	Action de l'aplatissement.	Action des satellites.	Résidu O — C.
	°	°	°	°
Mimas	—365,23	—355,51	—0,29	9,43
Téthys	— 72,285	— 69,462	—0,601	2,222
Rhéa	— 10,10	— 9,021	—0,652	0,427
Titan	+ 0,500	+ 0,4744	+0,015	0,011

Ces résidus vont en diminuant régulièrement avec la distance du satellite à Saturne, ce qui indique que la valeur adoptée de l'aplatissement est un peu trop faible.

On peut, avec Tisserand ([3]), considérer comme inconnues la correction de l'aplatissement et la masse de l'anneau, que nous supposons répartie le long d'un cercle correspondant au maximum de condensation, un peu à l'intérieur de la division de Cassini, à la distance 1,87, le rayon équatorial de la planète étant pris pour unité.

On est ainsi conduit à quatre équations à deux inconnues dont la solution donne pour la masse de l'anneau une valeur extrêmement petite et *négative* (— 0,00004, celle de Saturne étant prise pour unité). On peut donc admettre que l'action des anneaux est sans influence sensible sur le mouvement des nœuds et des périsaturnes des satellites. En supposant nulle la masse des anneaux et en calculant les inégalités du mouvement des satellites pour des valeurs de l'aplatissement que l'on peut admettre, *a priori*, d'après les mesures micrométriques, comme en étant les limites

$$\frac{1}{9,2} = 0,1087 \quad \text{et} \quad \frac{1}{10,7} = 0,0935,$$

([1]) G. Struve, *Astr. Nachr.*, vol. 204, 1917, p. 147.
([2]) H. Struve, *Publ. de l'Observatoire central Nicolas*, 2e série, vol. 11, 1898.
([3]) Tisserand, *Annales de l'Observatoire de Toulouse*, vol. 1, 1re Partie.

on trouve, en interpolant de façon à annuler les résidus, les quatre valeurs suivantes de l'aplatissement de Saturne :

Par le mouvement du nœud de Mimas...........	0,1023
» » Téthys..........	0,1027
» » Rhéa............	0,1037
» périsaturne de Titan.........	0,1021
Moyenne................................	$0,1027 = \frac{1}{9,74}$

Il nous paraît certain que cette valeur est beaucoup plus exacte que celles données par les observations directes, qui, comme on le sait, sont, en général, assez discordantes.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la structure de la série L.* Note de M. A. Dauvillier, présentée par M. E. Bouty.

La connaissance de la série L des éléments de nombres atomiques élevés est encore fort incomplète. Les travaux de Friman et de Coster ne décèlent, par exemple, que 8 raies pour le thorium et l'uranium alors que 24 sont connues pour le tungstène.

Nous avons repris l'étude détaillée des séries L de l'uranium par la méthode de M. de Broglie, en employant une assez grande dispersion (1^{mm} sur la plaque équivalait à 7.10^{-11} cm en longueur d'onde) et un tube susceptible de fournir des poses prolongées avec une puissance élevée. C'était un tube à pure émission électronique construit en quartz et évacué par une pompe à condensation également en quartz. Il était muni d'une fenêtre de mica de $0^{mm},02$ d'épaisseur et était alimenté sous une tension continue constante à 1 pour 100 près.

I. Nous avons ainsi déjà mesuré les longueurs d'ondes de 9 nouvelles raies L de l'uranium dont 7 étaient connues pour des éléments moins lourds. Ce sont :

$$\eta = 801.10^{-11}\,\text{cm}; \quad \beta_6 = 787; \quad \beta_4 = 747; \quad \beta_7 = 734,8;$$
$$\gamma_5 = 632,3; \quad \gamma_3 = 603; \quad \gamma_4 = 573,8;$$

nous proposons les noms de γ_6 et γ_7 pour deux nouvelles raies de longueurs d'ondes 597 et 622 [1]. Conformément aux résultats de Friman et

[1] Nous avons, de plus, mesuré les longueurs d'ondes de trois autres raies : 679, 686 et 711,8. La dernière n'est pas la raie $K\alpha_2$ du molybdène. Les deux précédentes coïncideraient avec le doublet $K\alpha_1\alpha_2$ de l'élément inconnu (43). Nous recherchons si elles appartiennent bien à l'uranium.

contrairement à l'hypothèse de Coster, les raies β_1 et β_3 ne se croisent pas aux environs de $N=90$. Ces deux lignes ont la même courbure et se suivent parallèlement sur le graphique de Moseley. La ligne 724 est β_5 et non β_3. Cette dernière, *moins intense*, a pour longueur d'onde 709. Ce résultat est mis hors de doute par la différence de Sommerfeld $\gamma_2 - \beta_5$ et le classement des raies dans les trois séries.

Par contre, nous avons vérifié que les lignes γ_2 et γ_3 se croisent bien vers $N=81$ parce que la courbure de γ_2 est, sur le graphique de Moseley, beaucoup plus accentuée que celle de γ_3.

Les raies β_6 et γ_5 donnent un cinquième doublet de Sommerfeld comme Coster l'avait observé pour des éléments voisins du platine. De plus, nous avons retrouvé la raie β_7 qui est diffuse et paraît être complexe. Elle donne avec γ_6 une sixième différence de Sommerfeld qui voit son existence confirmée par le fait que nous l'avons retrouvée entre les raies 1079 et 1220 déjà signalées pour le tungstène. La première doit donc prendre le nom de γ_6. L'étude du graphique de Moseley, grâce aux points fournis par l'uranium, prouve en outre que, pour le tungstène, la différence $\gamma_2 - \beta_5$ ne doit pas être prise entre les raies 1065,8 et 1203, qui doivent être appelées γ_7 et β_8, mais entre les lignes 1072 et 1211,8. La première différence n'est qu'une coïncidence entre les raies n'appartenant pas à L_1. Les discontinuités L_1 et L_2 sont ainsi juste un peu plus courtes que les raies β_5 et γ_2.

Enfin les raies β_9(1209) et $\varkappa$(1389) vérifient dans la limite des erreurs d'expérience la même égalité, ce qui porterait à sept le nombre des doublets de Sommerfeld. Mais cette dernière différence n'a pas encore été retrouvée pour l'uranium et il peut, par conséquent, s'agir d'une coïncidence.

II. Nous avons enregistré sur la même plaque les trois discontinuités L d'absorption et les trois séries L de l'uranium de façon à en préciser la position par rapport aux raies. La limite L_1 tombe entre β_4 et β_5. Les limites L_2 et L_3 sont respectivement un peu plus courtes que les longueurs d'ondes des raies γ_2 et γ_4. Ceci vérifie les remarques que nous avons faites [1] au sujet des positions relatives des limites d'absorption et des raies têtes de séries.

III. Les limites L_1 et les raies $\beta_5, \beta_7, \beta_2, \beta_6, \alpha_1, \alpha_2$ et l se placent — comme nous l'avons déjà fait remarquer pour les plus intenses — sur des droites sur le graphique de Moseley. Ces lignes appartiennent à la série L_1, fait que nous avons vérifié en photographiant cette série seule pour l'uranium.

---

[1] Voir M. DE BROGLIE, *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 962.

(En faisant fonctionner le tube sous une tension comprise entre les potentiels critiques d'excitation des séries L_1 et L_2, ces potentiels étant liés aux limites L_1 et L_2 par la relation du quantum.)

Les raies γ_2, γ_6, γ_1, γ_5, β_1 et η qui sont liées aux précédentes par la relation de Sommerfeld se placent — sur le même graphique — sur des courbes de faible rayon, ainsi que β_3, et semblent ainsi appartenir à L_2. Enfin les raies γ_4, γ_3, γ_7 et β_4 qui donnent des courbes de grand rayon semblent appartenir à L_3. Des expériences sont en cours pour séparer les séries L_2 et L_3 et justifier ces remarques.

PHYSICO-CHIMIE. — *Influence de la forme géométrique des corps solides sur les actions chimiques qu'ils subissent*. Note de MM. G. **Reboul** et **R. Luce**, présentée par M. G. Lippmann.

Dans un travail précédent (¹), l'un de nous a montré que les vitesses d'actions chimiques se passant au contact de solides et de gaz sont fonction de la forme géométrique des solides : *la vitesse de réaction est la plus grande aux points où le rayon de courbure est le plus petit.* Nous nous sommes proposés de voir si cet effet existe encore dans les cas d'actions chimiques se produisant au contact de solides et de liquides.

I. La méthode suivie pour mesurer la vitesse des réactions chimiques est la même que celle qui a été précédemment employée : les conditions expérimentales sont choisies de manière que la réaction se produise lentement et que les corps formés puissent, par leur transparence, fournir des colorations interférentielles de lames minces; la teinte de ces colorations renseigne sur l'épaisseur de la couche de sel formée pendant l'action et permet sans difficulté ni appareillage spécial d'apprécier la formation de quantités de sel que les meilleures méthodes d'analyse chimique ne permettraient de mesurer qu'avec de très grandes difficultés.

L'expérience se fait de la manière suivante : dans un liquide convenablement choisi on plonge un corps solide de nature convenable et de forme géométrique simple (lame, prisme, pyramide, cône, etc.). On s'aperçoit que l'attaque commence toujours par les bords, par les arêtes ou par les points où le rayon de courbure est le plus faible; au bout d'un certain temps les colorations de lames minces indiquent que la couche de sel

(¹) G. Reboul, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1227; t. 156, 1913, p. 548, 688, 1376.

formé est plus épaisse sur les bords ou aux points de courbure moyenne la plus grande.

La même expérience faite avec des séries de fils cylindriques se prête alors à des mesures.

II. L'opération dans les liquides est, dans quelques cas, plus délicate que dans les gaz et le phénomène plus difficile à saisir, soit parce que les liquides employés sont parfois eux-mêmes colorés, soit parce que les colorations de lames minces, tant que le corps solide et le sel formé sont plongés dans le liquide, apparaissent mal; elles ne deviennent brillantes que lorsqu'on a retiré le corps du liquide et qu'on l'a séché.

Le phénomène apparaît général, il s'étend à un très grand nombre de réactions qui sont actuellement soumises à des mesures et parmi lesquelles nous citerons : argent ou cuivre dans des solutions chlorées, bromées ou iodées, les mêmes métaux au contact de solutions d'hydrogène sulfuré ou de dissolutions soufrées; déplacement réciproque de métaux, cuivre dans sel d'argent, etc.

Dans tous ces cas l'effet se présente avec une apparence qui rappelle celle qu'il présentait dans les gaz.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Appareil enregistreur des variations d'une masse gazeuse avec le temps*. Note de M. **A.-A. Guntz**, présentée par M. A. Haller.

Au cours de recherches que je poursuis sur la réduction des oxydes par l'hydrogène, j'ai mis au point un appareil que je crois devoir décrire brièvement, car il présente des analogies avec celui que M. P. Jolibois vient de présenter à l'Académie dans une Note récente ([1]).

Le problème qui se posait d'abord dans cette étude consistait à enregistrer photographiquement les variations d'une masse gazeuse avec le temps. J'y suis arrivé en obligeant, par un dispositif automatique, les variations de volume à correspondre exactement à celle de la masse gazeuse.

Dans l'appareil que j'emploie, ces variations de volume sont mesurées par les changements de niveau du mercure dans un tube volumètre V (*fig.* 1).

Dans l'axe du volumètre est tendu un fil fin de nichrome de $0^m,50$ de longueur environ et de $\frac{2}{10}$ de millimètre de diamètre, fil dont la résistance électrique est variable

---

([1]) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 809.

avec le niveau du mercure. On enregistre photographiquement les variations de résistance au moyen d'un galvanomètre Rengade, du modèle usité en analyse thermique.

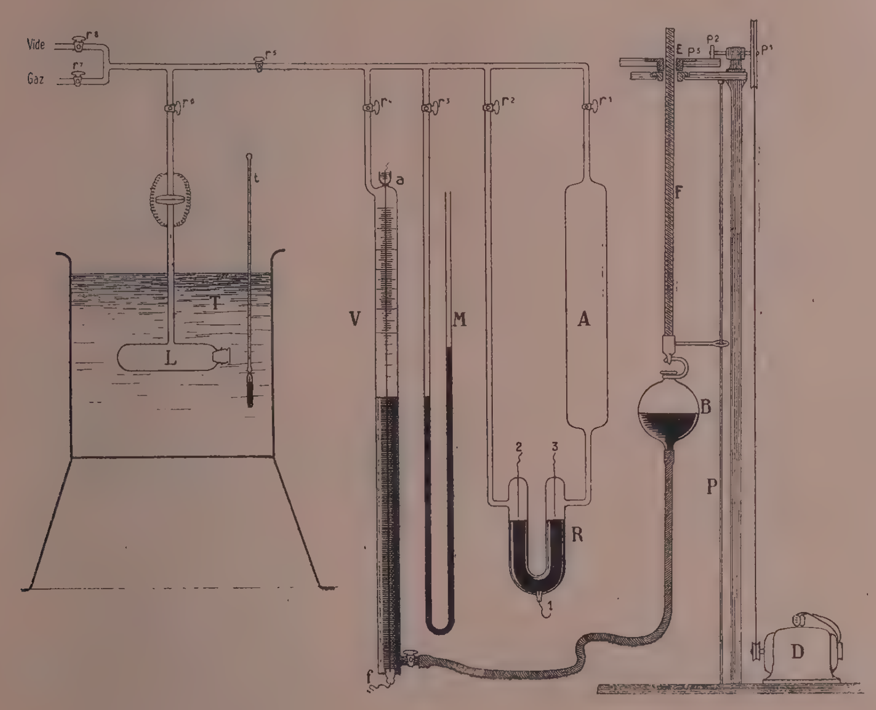


Fig. 1.

Le fil *ab* est placé dans l'une des branches d'un pont de Wheatstone, dont toutes les résistances sont grandes par rapport à celle du fil (*fig.* 2).

Par le jeu de ces résistances, le zéro du galvanomètre peut être amené à correspondre à un niveau quelconque du mercure dans le volumètre V. Les déviations du galvanomètre sont sensiblement proportionnelles aux variations de résistance et les variations de volume sont ainsi mesurées.

Pour identifier les changements de la masse gazeuse avec celle de son volume, il suffit qu'à une température donnée sa pression reste constante, et qu'à une température différente le rapport $\frac{P}{T}$ reste constant (T température absolue). Nous y arrivons de la façon suivante :

Le réservoir B est suspendu à une tige filetée F qui peut se déplacer, sans tourner, dans le sens vertical en traversant un écrou E fixé au centre d'un plateau de bois P_3. Au moyen d'un petit moteur électrique, le plateau tourne dans un sens ou dans l'autre et sa rotation oblige la vis à monter ou descendre de la longueur d'un pas par tour, soit 1^{mm}. Le manomètre R communique, par une de ses branches, avec le volumètre B,

et par l'autre, avec un réservoir A rempli d'hydrogène, dont la masse ne change pas au cours d'une expérience, et dont la pression va régler la pression dans l'appareil comme dans le volumètre de Lunge.

Si la pression augmente ou diminue au cours de la réaction, le mercure vient toucher l'une ou l'autre des pointes de platine du manomètre R et établit un circuit

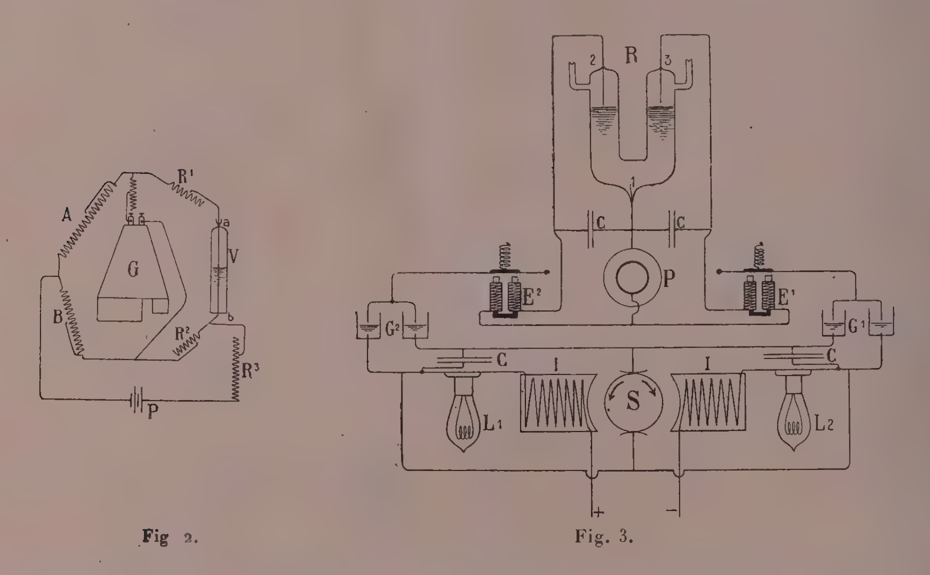


Fig. 2. Fig. 3.

actionnant par des relais la dynamo D dans un sens tel que la pression est maintenue toujours égale à celle du réservoir A (*fig*. 3).

Marche d'une expérience. — La substance est introduite dans le tube laboratoire T placé dans une enceinte à température constante (thermostat ou four électrique) et en présence d'un corps avide d'eau dans le cas de la réduction d'un oxyde par l'hydrogène. Le vide étant fait dans tout l'appareil, on y laisse rentrer l'hydrogène sauf dans le tube laboratoire T. Après avoir noté la température t et la pression P, le réservoir A est fermé avec le robinet r^1 ; le régulateur et l'enregistreur photographique sont mis en route, le tube laboratoire est rempli d'hydrogène et l'on établit ensuite la communication avec le volumètre V. Les ordonnées de la courbe tracée par l'enregistreur sont à tout moment proportionnelles à la masse de l'hydrogène absorbée.

Le dispositif que nous venons de décrire ne permet pas seulement de mesurer les variations d'une masse gazeuse avec le temps, mais encore, en supprimant le régulateur, il peut enregistrer des variations de pressions.

THERMOCHIMIE. — *Sur l'emploi des bombes émaillées en calorimétrie.* Note de M. C. **Matignon** et Mlle G. **Marchal.**

Nous avons eu l'occasion d'étudier deux bombes calorimétriques émaillées, type Mahler, de fabrication récente; nous avons constaté l'attaque de l'émail par les solutions nitriques étendues, telles qu'elles se forment toujours dans les conditions ordinaires des opérations calorimétriques. La neutralisation en tout ou partie de l'acide nitrique par l'émail de la bombe peut amener des causes d'erreur non négligeables dans la détermination du bilan calorifique des opérations, l'acide nitrique produit lors de la combustion étant déterminé par un titrage acidimétrique.

Bombe A. — On lave la paroi intérieure de la bombe, préalablement nettoyée à l'eau chaude, avec 3^{cm^3} d'une solution nitrique contenant sensiblement $\frac{1}{3}$ de molécule par litre, on promène le liquide sur la paroi à trois reprises et finalement on titre l'acidité restante après une demi-heure de séjour dans la bombe. La même expérience est répétée quatre fois. Voici les quantités de soude $\frac{NaOH}{10}$ nécessaires pour les neutralisations :

Avant l'attaque.	1re attaque.	2e attaque.	3e attaque.	4e attaque.
$9^{cm^3},25$	$4^{cm^3},55$	$6^{cm^3},30$	$7^{cm^3},00$	$8^{cm^3},94$

On en déduit les quantités suivantes d'acide nitrique successivement neutralisées dans les quatre essais consécutifs :

$0^g,0296$ $0^g,0186$ $0^g,0142$ $0^g,0019$

L'attaque va donc en s'atténuant d'une opération à l'autre.

Bombe B. — La deuxième bombe s'est comportée de la même façon dans les mêmes conditions.

On a fait six attaques successives, dont deux (la troisième et la quatrième) ont été effectuées avec des solutions chlorhydrique et sulfurique de même concentration que la solution nitrique. Pendant les expériences 2 et 6, on a promené constamment la solution sur les parois (durée une demi-heure) :

Avant l'attaque.	1.	2.	3 (HCl).	4 (SO^4H^2).	5.	6.
$9^{cm^3},25$	5,42	0,85	8,90	8,80	9,25	9,25

On en déduit les attaques successives évaluées en acide nitrique :

$0^g,0241$ $0^g,0529$ $0^g,0023$ $0^g,0030$ $0^g,000$ $0^g,000$

L'acide nitrique n'a donc plus d'action sensible à partir de la cinquième attaque.

Les deux bombes ont ensuite été complètement remplies avec la solution nitrique précédente et abandonnées à elles-mêmes, la bombe A pendant 48 heures, la bombe B pendant 96 heures. Les deux liquides évaporés et desséchés à 110° ont laissé les résidus suivants :

A........................... 0g,1188
B........................... 0g,3833

qui, après calcination au rouge et perte de vapeurs nitreuses, sont devenus respectivement :

A........................... 0g,0623
B........................... 0g,1845

Les oxydes de fer, d'alumine, de magnésie, de potassium, l'acide borique, constituants de l'émail, ont été reconnus dans ces résidus.

Après ces attaques prolongées, l'acide nitrique étendu n'agit plus d'une façon sensible sur l'émail, pendant le temps nécessaire pour une expérience, soit une demi-heure environ.

De l'ensemble de ces recherches, il résulte que l'acide nitrique étendu provenant d'une combustion peut être neutralisé, en tout ou partie, par l'émail de la bombe, tout au moins dans les premières expériences, c'est-à-dire celles qui servent à déterminer la valeur en eau de cette bombe. L'acide nitrique produit correspondant à un dégagement de chaleur s'élevant jusqu'à 30^{cal} à 40^{cal} sur 8000^{cal}, il peut résulter de cette attaque une erreur atteignant le $\frac{1}{200}$ et affectant la valeur en eau de la bombe (environ $\frac{1}{6}$ de la masse en eau totale) d'une erreur de $\frac{1}{35}$.

On peut éviter cet inconvénient en attaquant la bombe neuve pendant 4 à 5 heures avec une solution nitrique étendue voisine de la normale, qui la remplit complètement; elle devient alors pratiquement insensible à l'action de l'acide nitrique pendant la durée d'une opération thermique.

On a montré depuis longtemps que la bombe calorimétrique constituait un laboratoire analytique précieux, nous en avons fait une première application au dosage rapide et précis du soufre dans les matières organiques [1]; depuis, la même méthode a été généralisée et étendue à d'autres éléments. Les bombes précédentes ne peuvent en général remplir ce but utile; il est donc nécessaire d'améliorer l'émaillage de ces bombes afin d'obtenir, ce qui est depuis longtemps de fabrication courante, un émail pratiquement inattaquable aux acides.

---

[1] Berthelot, André et Matignon, *Comptes rendus*, t. 111, 1890, p. 6.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des constituants acides de la gemme de pin : les acides dextropimarique et lévopimarique.* Note de M. **Georges Dupont**, présentée par M. A. Haller.

Malgré le nombre considérable de travaux entrepris depuis un siècle sur les résines des conifères, nous ne possédons encore que des données très imprécises sur leur constitution ([1]).

En ce qui concerne les constituants acides de la gemme du pin maritime (*Pinus maritima*) le bilan de nos connaissances peut se résumer ainsi : Ces acides, qui constituent 70 à 75 pour 100 de la gemme, peuvent se distinguer en deux groupes ([2]) : 1° les *acides sapiniques* donnant des sels de sodium incristallisables très solubles; 2° les *acides pimariques* dont les sels de sodium, peu solubles dans l'eau froide, cristallisent aisément.

Du premier groupe on n'a isolé, jusqu'à ce jour, aucun constituant pur; du deuxième groupe Calliot ([3]), puis Vesterberg ([4]), réussirent à extraire une faible quantité (1 à 2 pour 100 du produit initial) d'un acide défini, l'*acide dextropimarique;* Vesterberg isola en outre (mais une seule fois grâce à un hasard de cristallisation) 1g environ d'un acide très lévogyre, l'*acide lévopimarique.* Ces acides sont isomères et ont pour formule $C^{20}H^{30}O^{2}$.

Dans cette Note, nous préciserons les conditions d'extraction de ces deux constituants de l'acide pimarique.

Préparation de l'acide pimarique brut. — Nous avons suivi la méthode de Vesterberg, mais en prescrivant l'emploi des acides minéraux qui isomérisent très rapidement le produit. La partie solide de la gemme landaise (Galipot), séparée par essorage de la partie liquide, a été purifiée par de multiples lévigations et cristallisations dans l'alcool de plus en plus concentré, poursuivies jusqu'à ce que le produit donne, avec l'ammoniaque, les longues aiguilles caractéristiques de pimarate acide. Les acides, saponifiés par une solution tiède de soude à 3 pour 100, donnent un dépôt abondant de paillettes de *pimarate de soude* que l'on sépare (par essorage suivi de séjours prolongés sur des assiettes poreuses) des eaux mères tenant en solution les *sapinates* très solubles. Le pimarate, recristallisé plusieurs fois à l'eau (belles paillettes nacrées) et finalement traité par le gaz carbonique ou l'acide acétique très étendu, conduit à l'acide pimarique brut.

([1]) Voir Duffour, *Bulletin de la Direction des Recherches et Inventions*, janvier 1921. — Vèzes, *Mon. scient.* Série des extraits publiés depuis 1901.

([2]) Köhler, *Mon. scient.*, t. 3, 1913, p. 163.

([3]) Vèzes, *Mon. scient.*, t. 16, 1901, p. 352.

([4]) Vèzes, *Mon. scient.*, t. 16, 1901, p. 355.

Acide dextropimarique. — Vesterberg indique, comme moyen d'extraction, des cristallisations répétées de l'acide pimarique dans l'alcool ou mieux dans l'acide acétique. L'alcool ne nous a pas permis d'obtenir, avec un rendement sensible, de l'acide dextropimarique pur. Au contraire, par cristallisation dans l'acide acétique, la séparation est très rapide : 41g d'acide pimarique de pouvoir rotatoire (1) $[\alpha]_J = -100°,4$ ont donné, après trois cristallisations acétiques et une cristallisation alcoolique, 6g d'*acide dextropimarique* en belles lamelles fondant à 211°-212° et donnant, en solution chloroformique à 5 pour 100, les pouvoirs rotatoires suivants :

$[\alpha]_J$	$+75°,4$
$[\alpha]_V$	$+86,8$
$[\alpha]_I$ (1)	$+168,5$

Mais *la cristallisation est accompagnée ici de l'isomérisation de l'un des constituants.*

En effet, la première cristallisation acétique nous a donné :
14g d'acide précipité par refroidissement; pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = +26°,8$;
27g d'acide retiré des eaux mères; pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -33°,4$.
Le mélange de ces deux fractions redonnerait un produit dont le pouvoir rotatoire serait voisin de

$$[\alpha]_J = \frac{14 \times 26,8 - 27 \times 33,4}{14 + 27} = -11°,97,$$

produit tout à fait différent du produit initial dont le pouvoir rotatoire était

$$[\alpha]_J = -100°,4.$$

D'ailleurs, la recristallisation de la fraction retirée des eaux mères nous a permis d'isoler, après élimination des premiers cristaux déposés, de grosses tables, fondant à 163°-165°, de pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -72°,4$, que nous avons pu identifier, par la mesure de leurs angles, avec l'*acide abiétique* décrit par Schkateloff.

On n'obtient donc l'acide dextropimarique pur que grâce à l'ionisation, par le solvant, de l'acide lévopimarique qui l'accompagne.

Notons que c'est également par isomérisation, par la chaleur, des autres acides de la gemme que Calliot a obtenu, pour la première fois, l'acide dextropimarique.

Acide lévopimarique. — On comprend, d'après ce qui précède, pourquoi Vesterberg n'a pu isoler qu'accidentellement l'acide lévopimarique. En

(1) $[\alpha]_J$, $[\alpha]_V$, $[\alpha]_I$ représentent respectivement les pouvoirs rotatoires pour les raies jaunes ($\lambda = 578$), verte ($\lambda = 546$), indigo ($\lambda = 436$) de l'arc au mercure.

ayant soin d'éviter toute isomérisation, on n'éprouvera au contraire aucune grosse difficulté dans cette séparation.

Il convient, dans ce but, d'utiliser comme solvant l'alcool aqueux à diverses concentrations (la température ne dépassant jamais 60°) en suivant de très près la séparation par l'étude des pouvoirs rotatoires. Par exemple 83g d'une fraction de pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -153°,4$ donne, par cristallisation dans l'alcool à 95° :

1° Une fraction A : 43g d'acide cristallisé par refroidissement; pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -136°,0$.

2° Une fraction B : 40g retirés des eaux mères; $[\alpha]_J = -172°,2$.

La fraction B, recristallisée dans l'alcool à 88°-90°, donne à nouveau :

1° Une fraction B_1 : 11g de pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -242°,6$.

2° Une fraction B_2 : 23g de pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -137°,0$.

Enfin la fraction B_1, recristallisée dans l'alcool à 95°, donne finalement 4g d'*acide lévopimarique* en belles lamelles mesurables, fondant (avec transformation) vers 150°-152° et donnant, en solution alcoolique à 5 pour 100 :

$[\alpha]_J$	$-282°,4$
$[\alpha]_V$	$-329,6$
$[\alpha]_I$	$-681,0$

Conclusions. — Nous avons, dans ce qui précède, fixé les conditions d'extraction des deux constituants signalés par Vesterberg dans le galipot de pin maritime :

1° L'*acide dextropimarique* n'est extrait à l'état de pureté que grâce à l'isomérisation de l'acide lévopimarique qui l'accompagne.

2° En évitant cette isomérisation il est aisé, par de simples cristallisations convenablement alternées dans de l'alcool fort et dans de l'alcool aqueux, d'extraire l'*acide lévopimarique* que Vesterberg n'avait fait qu'entrevoir.

MÉTÉOROLOGIE. — *Observations du champ électrique de l'atmosphère pendant l'éclipse de Soleil du* 8 *avril* 1921. Note de M. **J. Rouch**, présentée par M. J. Violle.

L'éclipse de Soleil du 8 avril 1921 fut visible partiellement à Brest, le maximum étant de 0,86. Le commencement de l'éclipse eut lieu à $8^h 24^m$, la fin à $10^h 55^m$ (heures d'été).

De 8^h à $11^h 30^m$ j'ai exécuté une série de mesures du champ électrique de

l'atmosphère à l'aide de l'électroscope d'Elster et Geitel, avec collecteur au radium supporté par une canne d'ébonite. Ces instruments m'avaient déjà servi pour effectuer des mesures analogues dans l'Antarctique, pendant l'expédition du Dr Charcot, en mer, dans l'Atlantique et au Sénégal. Les vérifications habituelles d'isolement ont été faites avant et après les expériences. L'électroscope a été lu au moins une fois par minute.

L'emplacement choisi pour les expériences a été la digue du port de Lanninon, complètement isolée au milieu de la petite rade et loin de toute construction. Le collecteur était placé à $0^m,90$ au-dessus du parapet. Les observations ont été réduites à l'altitude de 1^m, comme il est de coutume.

J'indique ci-après les principaux résultats, me réservant de publier le détail de mes observations dans un Mémoire plus étendu.

Avant l'éclipse, le champ était très fort et variable, plus de 200 volts par mètre. L'électroscope fut déchargé plusieurs fois par contact entre les feuilles et la cage, ce qui indique un champ supérieur à 250 volts. Le minimum ne tomba pas au-dessous de 187 volts.

Pendant l'éclipse, de $8^h 24^m$ jusqu'à $10^h 20^m$, le champ reste très fort et variable, les décharges sont fréquentes, le minimum observé est de 165 volts, à $9^h 14^m$. Mais certainement la valeur moyenne du champ est au moins aussi forte et probablement plus forte qu'avant l'éclipse. Elle dépasse 250 volts.

A partir de $10^h 20^m$, c'est-à-dire bien après le milieu de l'éclipse, qui a eu lieu à Brest à $9^h 40^m$, le champ devient beaucoup plus calme; il diminue nettement et tombe progressivement à un minimum de 20 volts, à $10^h 50^m$ (l'isolement de tout l'appareil a été vérifié à ce moment-là); il remonte ensuite progressivement, avec quelques variations, jusqu'à $11^h 08^m$ où il dépasse de nouveau 250 volts.

De $11^h 08^m$ jusqu'à $11^h 30^m$ (fin de nos mesures), les décharges de l'électroscope sont pour ainsi dire continuelles, et le champ reprend les fortes valeurs observées avant et pendant l'éclipse.

Le champ électrique a donc subi une diminution extrêmement marquée avec un retard d'une heure environ sur le milieu de l'éclipse.

On ne peut évidemment pas conclure, d'une seule expérience, à une relation directe entre le rayonnement solaire et le champ électrique de l'atmosphère. Peut-être n'ai-je fait qu'observer une coïncidence fortuite. Toutefois je dois signaler que pendant toute la durée de mes mesures, le ciel a été pur, le vent constant en direction et en force.

Les expériences de ce genre ont été jusqu'ici peu nombreuses et elles ont donné des résultats contradictoires. Celles que j'ai faites se rapprochent

assez de celles de M. Le Cadet, pendant l'éclipse totale du 30 août 1905 (1) L'affaiblissement du champ électrique s'était produit 42 minutes environ après le milieu de l'éclipse.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les Bas-Champs de Picardie au nord de la Somme: la ligne de rivage ancienne.* Note (2) de M. **Abel Briquet**, présentée par M. Ch. Barrois.

Le long des Bas-Champs de Picardie, au nord de la Somme, la ligne de rivage actuelle (3) se double d'une ligne de rivage plus ancienne située en arrière.

Entre Somme et Authie cet ancien rivage est jalonné par la ligne de hautes dunes intérieures que sépare des dunes côtières actuelles une vaste étendue plate, une panne.

L'ancienne pointe sur laquelle, à l'entrée de l'estuaire de la Somme, se divisait le flot marin, est dessinée par l'arc de dunes qui enserre le village de Saint-Quentin-en-Tourmont et en explique le surnom. Sur la pointe s'articulaient, vers le Sud, le poulier interne qui porte les dunes de Bout-des-Crocs; vers le Nord, un poulier externe dont les digitations, plus ou moins recouvertes de dunes, portent les agglomérations de Saint-Quentin, de Monchaux, de Routhiauville et des fermes isolées. C'est à l'espace circonscrit par cet ancien rivage que s'applique le nom de Marquenterre (4).

Entre Authie et Canche, une chaîne de hautes dunes, également séparée des dunes côtières par une panne de grande largeur, indique l'emplacement de l'ancien rivage: pointe au sud de Merlimont, avec poulier interne dirigé par Bout-d'Airon vers le Sud-Est, et poulier externe allongé vers le Nord, aux digitations accusées par les rangées de dunes disposées en éventail autour de Trépied.

Au nord de la Canche, l'ancienne ligne de rivage correspondait à une falaise entaillée dans les terrains crétacés et jurassiques. Cette falaise morte est presque partout recouverte par les dunes récentes.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 141, 1905, p. 925.

(2) Séance du 4 avril 1921.

(3) A. Briquet, *Les Bas-Champs de Picardie au nord de la Somme: la ligne de rivage actuelle* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 697).

(4) Sur l'étendue exacte du territoire appelé le « Marquenterre », voir A. Demangeon, *La Picardie et les régions voisines* (Paris, 1905, p. 189).

Elle apparaît dans son extrémité sud, formée de craie, le long de la baie de Canche au nord d'Étaples; au pied existe un banc de galets de silex qui se prolonge en forme de poulier interne sous Bel-Air et vers Étaples.

Au Nord, entre Hardelot et Équihen, au fond des cuvettes d'érosion des dunes actuelles, la falaise morte est également visible par endroits, formée par les sables néocomiens ou l'argile jurassique, et portant sous les dunes récentes, les restes de très anciennes dunes. L'ancienne falaise coupe obliquement le rivage actuel au point extrême où les Bas-Champs, au nord de la Canche entièrement couverts par les dunes, s'adossent aux hauteurs du Boulonnais.

Deux faits caractérisent l'ancienne ligne de rivage. C'est, d'une part, la présence dans le cordon littoral de débris de roches exotiques, présence qui semble ne pouvoir être expliquée que par un apport dans des glaces flottantes. C'est, d'autre part, la présence, au-dessus de ce même cordon ou sur l'ancienne falaise, d'amas de coquilles avec débris de poterie grossière, indices d'une ancienne occupation humaine probablement néolithique, et qui font songer aux Kjokkenmœddings de Scandinavie et d'Écosse.

Dans la baie de Somme, roches exotiques, poteries grossières et amas de coquilles se trouvent sur le poulier interne de Bout-des-Crocs et le poulier secondaire correspondant de Saint-Firmin. Dans la baie de Canche, les galets exotiques sont mélangés aux galets de silex du poulier interne de Bel-Air et sur l'ancienne falaise voisine, sous les dunes, se rencontrent des débris de poterie grossière et des amas de coquilles, ainsi que des galets exotiques, recueillis par l'homme au pied de la falaise [1].

La présence de roches exotiques et de poteries grossières caractérise de même, dans la Plaine maritime flamande, l'ancienne ligne de rivage constituée par le banc et les dunes intérieures de Ghyvelde.

---

[1] Gosselet a le premier signalé à Etaples, puis dans la baie de Somme, la présence des roches exotiques, et celle de la poterie grossière qu'il a appelée *poterie d'Étaples* : J. Gosselet, *Les galets glaciaires d'Étaples et les dunes de Camiers* (*Ann. de la Soc. géol. du Nord*, t. 31, 1902, p. 297). — *Légende de la feuille de Montreuil* (*Ibid.*, t. 35, 1906, p. 7).

PALÉONTOLOGIE. — *Sur l'asymétrie et sur les sections longitudinales techniques de la couronne des molaires des mastodontes et des éléphants.* Note de M. SABBA STEFANESCU.

A l'exemple de Falconer (*Fauna Antiqua Sivalensis*), pour étudier la couronne des molaires des mastodontes et des éléphants au point de vue de la phylogénie, les paléontologistes réalisent des sections longitudinales techniques, auxquelles ils attachent une grande importance scientifique. Or, d'après les observations que je vais exposer, la couronne dont il s'agit, tant organiquement que géométriquement, est asymétrique, et les sections en question ne nous renseignent *ni sur la composition bituberculaire des collines ou lames, ni sur la différenciation dissemblable des deux tubercules congénères de chaque colline ou lame*, seuls caractères morphologiques qui doivent nous guider pour établir, d'après la couronne des molaires, la parenté des genres et des espèces des mastodontes et des éléphants. Voici les faits qui viennent à l'appui de cette affirmation :

I. La forme de la dernière molaire inférieure de droite et de gauche $\left(M\frac{}{3}\,d\right.$ et $\left.M\frac{}{3}\,g\right)$ de *Mastodon Borsoni*, et de toutes les espèces de mastodontes et d'éléphants, est celle d'un parallélogramme irrégulier; sa partie postérieure est caudiforme et la direction de son bord antérieur est oblique d'avant en arrière et de dedans en dehors, par rapport à la direction de la mâchoire.

a. La première colline antérieure est parallèle au bord antérieur, mais les collines suivantes ne sont pas parallèles à ce bord, ni l'une à l'autre, car elles sont plus espacées du côté du bord interne de la couronne qui est convexe, et plus serrées du côté du bord externe qui est concave.

b. Chaque colline ou lame est formée de deux tubercules congénères différemment différenciés, l'interne en crête (T_{cr}), l'externe en trèfle (T_{tr}); par conséquent chaque moitié longitudinale de la couronne est formée d'une série de tubercules semblables, différenciés de la même façon, à savoir : la moitié interne est occupée par les T_{cr}, et la moitié externe par les T_{tr} de toutes les collines ou lames.

Puisque les deux moitiés longitudinales de la couronne sont formées de deux séries de tubercules différemment différenciés, il s'ensuit qu'organiquement elles ne sont pas symétriques.

c. Les deux tubercules congénères de chaque colline ou lame sont inéga-

lement développés; par exemple, le T_{cr} de la première colline antérieure est plus haut et plus étroit que son congénère T_{tr}, tandis que le T_{tr} de la dernière colline postérieure est plus gros que son congénère T_{cr}.

d. Les tubercules de chaque série de chaque moitié de la couronne, c'est-à-dire les tubercules de la série de T_{cr} et ceux de la série de T_{tr}, diminuent graduellement, à partir de la colline antérieure vers la colline postérieure, mais comparativement les tubercules de la série de T_{cr} diminuent plus rapidement que ceux de la série de T_{tr}.

Puisque les deux tubercules congénères de chaque colline et par conséquent les deux séries longitudinales de T_{cr} *et* T_{tr} *de toutes les collines sont inégalement développées, il s'ensuit de nouveau qu'organiquement les deux moitiés longitudinales de la couronne ne sont pas symétriques.*

II. Le plan vertical longitudinal qui sépare les deux séries de T_{cr} et T_{tr}, c'est-à-dire les deux moitiés organiques de la couronne, est oblique d'avant en arrière et de dehors en dedans, par rapport à la longueur de la molaire. Conventionnellement je l'appelle le *plan organique*. Chez les molaires supérieures le plan organique est oblique d'avant en arrière et de dedans en dehors.

a. Les directions de plans organiques des dernières molaires inférieures de droite et de gauche $\left(\mathrm{M}\frac{}{3}d \text{ et } \mathrm{M}\frac{}{3}g\right)$ prolongées se rencontrent en arrière et font un angle, dont la pointe est tournée en arrière et l'ouverture en avant; c'est l'inverse qui a lieu chez les molaires supérieures $\left(\mathrm{M}\frac{3}{}d \text{ et } \mathrm{M}\frac{3}{}g\right)$.

De cette disposition il résulte que les plans organiques des dernières molaires, inférieure et supérieure, de la même moitié du crâne, droite ou gauche ($\mathrm{M}\frac{3}{3}d$ ou $\mathrm{M}\frac{3}{3}g$) s'entre-croisent en X.

b. Le plan organique ne coïncide pas avec le plan géométrique, c'est-à-dire avec le plan qui sépare les deux moitiés longitudinales géométriques de la couronne. Ces deux plans s'entre-croisent de manière qu'en arrière de leur intersection, qui est située à peu près au milieu de la première colline, le plan géométrique passe à l'extérieur du plan organique chez les molaires inférieures et à l'intérieur chez les molaires supérieures, et c'est ainsi qu'il coupe seulement les T_{tr} des collines.

Puisque en arrière de l'intersection des deux plans, organique et géométrique, de la couronne, le plan géométrique coupe seulement les T_{tr} *des collines, il s'ensuit que, géométriquement, les deux moitiés de la couronne ne sont pas symétriques.*

c. Si à ces faits nous ajoutons que la couronne des dernières molaires est ployée horizontalement et verticalement, et qu'elle est tordue longitudinalement, nous pouvons conclure que les sections longitudinales techniques ne la coupent d'aucune manière symétriquement, et que de pareilles sections nous montrent seulement des caractères morphologiques dénués de toute valeur phylogénétique, tels que *le nombre et la hauteur des collines ou lames*.

CYTOLOGIE. — *L'Hétérotypie dans la mitose somatique de* Corethra plumicornis. Note de M. **Armand Dehorne**, présentée par M. Henneguy.

La division longitudinale à la prophase somatique débute alors que les chromosomes sont à l'état de spirème; leurs moitiés forment alors deux spirales enroulées l'une autour de l'autre, en offrant un aspect de *strepsinema*. Puis, elles se raccourcissent en se déroulant; quand le déroulement et la détorsion sont achevés, elles se trouvent à une assez grande distance l'une de l'autre, comme cela se rencontre dans certaines dyades hétérotypiques. Cet écartement est frappant, mais il n'est que transitoire. En effet, pendant la formation du fuseau, il se fait un rapprochement étroit des moitiés écartées de chaque chromosome, de telle sorte que la *disjonction définitive, qui termine la métaphase, succède toujours à un rapprochement étroit*. Il existe donc ici, au cours de la mitose somatique, un jeu d'écartement et de rapprochement des moitiés chromosomiques comparable à ce que l'on trouve au cours de la prophase hétérotypique.

Dans une Note antérieure ([1]), j'avais montré que l'on compte au début de la métaphase six chromosomes groupés par paires. Mais cette façon de présenter le fait demande à être précisée. En réalité, nous sommes en présence, à ce stade, de trois chromosomes où la division longitudinale a joué d'une façon précoce. Certes l'écartement des moitiés est considérable, et il est tel qu'on n'en trouve guère d'exemple dans les autres groupes animaux. Mais cette disposition ne peut permettre d'interpréter les moitiés longitudinales comme autant de chromosomes univalents homologues qui seraient simplement groupés par paires. D'ailleurs, chez un certain nombre de végétaux, la division longitudinale à la prophase somatique détermine

([1]) A. Dehorne, *Caractères atypiques dans la mitose somatique chez* Corethra plumicornis (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 193).

des effets comparables, quoique moins prononcés. Comme dans la mitose somatique de *Corethra*, les moitiés se raccourcissent en s'écartant, puis elles se rapprochent étroitement pendant la mise au fuseau.

Pour ce qui regarde ce rapprochement dans la constitution de la plaque équatoriale, les faits sont bien tels que je les ai déjà décrits. La plaque équatoriale est formée uniquement de trois éléments chromatiques en tête de flèche, où la fente longitudinale se distingue quelquefois difficilement.

A un moment, lorsque les moitiés sont en train de s'accoler, on voit dans le milieu un espace clair, limité par deux très grêles ponts de substance chromatique, qui simule une coupure transversale. Cela donne aux trois chromosomes un aspect de faux groupes quaternes et de pseudo-tétrades qui rappelle certaines formes de chromosomes hétérotypiques. Dans le mouvement de rapprochement des moitiés, l'un des chromosomes est en avance sur les deux autres, lesquels sont d'une taille un peu plus grande; il présente déjà l'indice de cette apparence de cassure transversale, alors que les autres sont encore à l'état de deux branches écartées.

Dans la plaque équatoriale, les trois chromosomes raccourcis sont disposés à plat, dans le plan de cette dernière, de la façon la plus ordinaire. Leurs sommets se touchent presque dans le centre de la figure, les moitiés réaccolées se trouvent *superposées* l'une à l'autre.

Le mécanisme de l'anaphase est curieux, c'est en somme celui d'une *véritable anaphase hétérotypique*. Lorsque les deux moitiés métaphasiques se décollent, elles se divisent en long, et chacune devient, de part et d'autre du plan équatorial, un chromosome à quatre branches, en forme de V double (division longitudinale anaphasique). Il existe ainsi trois chromosomes à quatre branches de chaque côté de ce plan. Plus tard, au cours de la montée vers les pôles, ils se présentent sous l'aspect de paires bien nettes, par suite d'un léger écartement latéral de leurs éléments. Puis, à la télophase, les éléments de chaque paire se rapprochent et se soudent intimement, ce qui constitue un phénomène singulier. Sur ce dernier point, je n'ai rien à ajouter à ma description de juillet 1920. Un travail de Metz et Nonidez, sur la spermatogenèse d'un autre Diptère, paru depuis [1], apporte des documents qui confirment ce que j'avais vu chez *Corethra* à la télophase. Ces deux auteurs n'ont pas étudié la métaphase somatique, ni le début de l'anaphase. Par contre, ils ont suivi toute la prophase de la première mitose

---

[1] Metz et Nonidez, *Spermatogenesis in the fly*, Asilus Sericeus *Say* (*The Journal of exp. Zool.*, janvier 1921).

de maturation; ils montrent comme moi [1] qu'il n'existe pas de stades lepto-, zygo-, strepsinema.

L'accolement suivi de soudure des éléments à la télophase ne peut être pris pour une conjugaison de chromosomes homologues appariés, puisque les deux éléments qui se soudent sont jumeaux et proviennent de la division de chromosomes qui avaient la valeur de moitiés à la fin de la prophase. Ces éléments anaphasiques sont aussi des moitiés et non des chromosomes univalents.

Pour qu'ils soient considérés comme des chromosomes univalents, le mécanisme à la métaphase et à l'anaphase devrait être le suivant : il devrait ne pas y avoir de rapprochement des moitiés prophasiques ; la plaque équatoriale devrait être constituée sur le type 6, les six chromosomes étant disposés côte à côte et se dédoublant dans cette position. On obtiendrait ainsi six éléments qui se grouperaient ensuite selon trois paires au cours de l'anaphase.

Or, je n'ai rien observé de pareil. Il s'agit donc ici d'autre chose que de constitution de paires de chromosomes homologues paternels et maternels. En attendant qu'une solution de ces faits soit rencontrée, je me contenterai de les rapporter à la notion de duplicisme constant du chromosome qu'ils illustrent d'une façon remarquable.

En résumé, les chromosomes somatiques chez *Corethra* sont toujours doubles. La mitose somatique est d'un type exceptionnel ; elle se présente, à plusieurs stades, avec les allures de l'hétérotypie et l'on y voit, entre autres, intervenir une division longitudinale anaphasique. Au contraire, la première mitose de maturation n'offre presque pas de caractères hétérotypiques. Ces caractères ne sont donc pas liés nécessairement à la tétradogenèse, *ils sont indépendants de l'idée de maturation génitale* et réclament une interprétation de nature toute différente de celles qui ont été proposées jusqu'ici par les morphologistes.

---

(1) A. Dehorne, *Spermatogenèse de* Corethra (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1399).

EMBRYOGÉNIE. — *L'irritabilité aneurale de l'ectoderme décelée par le déplacement ciliaire de l'embryon chez* Rana temporaria. Note de M. **Paul Wintrebert**, présentée par M. Henneguy.

Dans des recherches précédentes [1] j'ai montré, par des interventions expérimentales, que la plupart des Amphibiens présentent, au moment des premières flexions du corps chez l'embryon, une irritabilité primitive du tégument qui permet à celui-ci, sans le secours des nerfs, de recevoir et de conduire les excitations sur toute son étendue; j'ai constaté, de plus, qu'il existe dans la région antérieure du tronc une liaison neuro-ectodermique, qui permet le passage des excitations du domaine aneural dans le système nerveux et de là dans les muscles, de telle sorte qu'une piqûre faite dans un territoire ectodermique aneural détermine une réponse musculaire réflexe; ainsi, la piqûre de l'extrémité caudale, chez un embryon dont on a enlevé la moelle, sauf au niveau du quart antérieur du tronc, réservé pour la réponse, provoque un mouvement de la tête.

Cependant cette réaction neuro-musculaire, qui témoigne de l'irritabilité aneurale de l'ectoderme, apparaît tard dans le développement; elle ne s'observe chez *Rana temporaria* qu'au stade où le corps se fléchit en V, et d'autre part, à son apparition, la conduction ectodermique se montre étendue d'emblée à toute la surface du tégument. On pouvait, dès lors, se demander si l'irritabilité aneurale de l'ectoderme existe avant que soit établie la jonction neuro-ectodermique qui permet le passage de l'excitation dans le domaine neuro-musculaire. J'ai cherché à vérifier cette hypothèse en utilisant le déplacement ciliaire comme moyen de mesure de l'irritabilité ectodermique.

J'ai pris comme test le déplacement ciliaire d'embryons entiers ou de queues isolées, effectué sur le fond lisse et horizontal d'un cristallisoir; il débute avant la première contraction, quand l'extrémité postérieure de l'embryon devient anguleuse et va former la queue. Les embryons sortis de l'eau courante à 10°-12° C. sont examinés à une température de 15° à 16° C.

Les interventions sont pratiquées dans l'eau de source, additionnée de traces de $CaCl^2$ et de KCl. Le procédé d'excitation consiste en piqûres localisées, pratiquées à l'aide d'une aiguille fine, en prenant la précaution de soutenir le côté opposé à la piqûre afin d'éviter l'ébranlement général du corps. Les résultats ont été classés en trois groupes, suivant qu'ils ont été obtenus avant, pendant ou après la période de l'irritabilité ectodermique aneurale reconnue par la réaction musculaire réflexe.

---

[1] Wintrebert, *Comptes rendus de la Soc. de Biologie*, t. 67, 1904, p. 645; t. 69, 1905, p. 58. — *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 408, 583 et 680.

1° *Avant l'obtention d'une réaction musculaire à la piqûre de l'extrémité caudale.* — Cette phase du déplacement ciliaire commence à l'apparition de la queue et s'étend jusqu'au moment où les flexions s'exécutent à angle aigu.

a. Au stade où la queue s'ébauche, avant tout mouvement, l'embryon couché sur l'un des flancs, le dos au fond, s'avance en basculant la tête vers le bas et en relevant l'extrémité postérieure du côté dorsal. Si l'on pique l'ébauche caudale quand l'embryon se déplace, le déplacement acquiert une vitesse double; si l'embryon est immobile, le déplacement ciliaire reprend.

b. Dix embryons, artificiellement sortis de la coque au stade des premiers mouvements, possédant une languette caudale inerte coudée d'un côté, sont renversés sur l'autre côté. On pique le bout caudal soulevé; 7 d'entre eux manifestent une accélération très nette du déplacement.

La queue dressée ne participant pas au cheminement de l'embryon, l'accélération constatée ne tient pas au battement des cils de la région piquée, mais est provoquée à distance; elle n'est pas toujours immédiate et ne s'affirme souvent qu'après 2 à 3 secondes; elle n'atteint parfois son maximum qu'au bout de 5 secondes, mais elle peut durer 4 à 5 minutes. L'accroissement de vitesse ne modifie pas l'orientation du déplacement.

c. Deux embryons sans contraction et quatre dont le corps se coude à angle droit subissent une section annulaire de l'ectoderme au devant de la queue; la piqûre du bout caudal, après cette opération, reste sans effet sur la progression ciliaire.

2° *Pendant la période du réflexe ectodermo-neuro-musculaire.* — *a.* La piqûre de l'extrémité caudale chez les embryons normaux détermine souvent à la fois une contraction et un déplacement ciliaire plus rapide; le fait s'observe nettement sur des embryons qui se fléchissent en V. Cependant la piqûre de la queue détermine parfois isolément soit l'une, soit l'autre de ces réactions; par exemple, des embryons piqués au repos ont une contraction musculaire non suivie d'un déplacement ciliaire; d'autres, piqués de la queue au cours d'un déplacement ciliaire, manifestent d'abord une accélération de ce déplacement et se contractent ensuite.

b. A un stade plus avancé, les contractions deviennent gênantes pour l'observation du déplacement ciliaire. On les supprime soit par une chlorétonisation (0,03 pour 100), soit par des sections transverses multiples de la moelle et des myotomes; on examine aussi des queues isolées. Dans ces conditions, la stimulation du bout caudal provoque une accélération notable du cheminement existant, ou le départ, soit de l'embryon, soit du fragment, quand ils sont immobiles.

3° *Après la cessation de toute réponse neuro-musculaire à l'excitation d'un territoire aneural.* — La disparition de cette réaction a lieu quand la longueur de la queue dépasse la moitié de la longueur du corps. C'est à cet âge aussi que cesse la liaison entre les différentes cellules vibratiles de l'ectoderme. Ainsi les embryons chlorétonés, qui ont une longueur de $7^{mm},5$, avec une queue de $3^{mm},5$, présentent encore dans leur cheminement ciliaire, après quelques piqûres du bout caudal, une accélération progressive de vitesse atteignant son maximum en 4 à 5 secondes, mais la plupart des embryons qui ont $8^{mm},25$ de longueur totale, dont $4^{mm},25$ pour la queue, ne montrent plus cette accélération après la stimulation caudale. Cependant, un déplacement ciliaire léger persiste au delà de cet âge jusqu'à l'operculisation presque complète de la région branchiale ($11^{mm},5$ l. t. — $6^{mm},75$ l. q.); mais à cette époque,

l'activité des cellules ciliées n'est plus influencée dans son ensemble par des excitations localisées de l'ectoderme et seul un ébranlement général, qui stimule à la fois toutes les régions vibratiles, est capable, pour un temps du reste très court, d'augmenter la rapidité du déplacement.

Conclusion. — Grâce au cheminement ciliaire de l'embryon, l'irritabilité aneurale de l'ectoderme peut être décelée avant la période des contractions musculaires. Elle apparaît dès que l'embryon se déplace; elle finit au moment où la réponse musculaire réflexe cesse elle-même d'être obtenue par l'excitation d'un territoire ectodermique libéré de l'influence nerveuse.

PHYSIOLOGIE. — *Tension superficielle et antianaphylaxie.* Note [1] de M. **W. Kopaczewski**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans notre dernière Note [2] nous avons essayé d'expliquer le mécanisme de l'action antianaphylactique de l'hyposulfite de soude, signalé par M. A. Lumière. L'auteur attribuait cette action à la dispersion du floculé, formé par l'action du sérum d'animal normal sur le sérum sensibilisé. Tout en adhérant à notre théorie de floculation, M. A. Lumière faisait des réserves sur le rôle de la tension superficielle dans la suppression de tous les chocs par contact. Voici quelle était notre argumentation :

1° Le rôle de la tension superficielle dans la floculation colloïdale ne peut pas être nié; en effet la floculation d'un colloïde par un autre, de signe électrique opposé, ne se produit pas, lorsque, préalablement, on diminue la tension superficielle, ou lorsqu'on augmente la viscosité. C'est un fait reconnu exact.

2° Le rôle de la tension superficielle dans la suppression du choc anaphylactique est, semble-t-il, démontré par l'emploi de nombreuses substances, les plus hétéroclites, mais ayant toutes un seul caractère commun, la diminution de la tension superficielle [3].

3° La conclusion de M. A. Lumière que l'hyposulfite de soude disperse le floculé, formé *in vivo* comme *in vitro*, n'est pas justifiée, puisque l'hyposulfite était introduit *avant l'injection déchaînante et non après;* elle ne pouvait donc qu'empêcher la floculation de se produire.

4° Aux réserves théoriques de M. Lumière nous avons opposé les mesures de la tension superficielle, effectuées à l'aide de la méthode stalagmométrique et avec un appareil perfectionné de notre construction [4]. Ces mesures établissaient nettement que l'hyposulfite de soude diminue la tension superficielle du sérum.

Dans une Note toute récente [5] M. A. Lumière donne les résultats de

---

[1] Séance du 29 mars 1921.

[2] W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 372.

[3] W. Kopaczewski et A.-H. Roffo, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1409.

[4] W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 723.

[5] A. Lumière, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 544.

ses propres mesures de la tension superficielle et arrive à la constatation que l'hyposulfite de soude augmente cette constante du sérum.

A ce sujet nous devons faire les remarques suivantes :

1° Il est avéré que la méthode employée par M. A. Lumière (ascension dans les tubes capillaires) est susceptible de donner des résultats imprécis : ainsi la tension superficielle très basse de l'oléate de soude, mesurée à l'aide de cette méthode, est plus grande que celle de l'eau distillée (79,0 dynes par centimètre) ([1]). La température, l'évaporation, la propreté absolue du tube capillaire, la mesure exacte du diamètre de ce tube ont, dans cette méthode, une importance capitale.

De plus, cette méthode porte en elle-même une erreur théorique, puisqu'il résulte de travaux de Mathieu que la densité des liquides dans les tubes capillaires devient plus faible.

2° Les chiffres obtenus par M. A. Lumière sont en désaccord avec les constantes connues, établies à l'aide de méthodes physiques, compliquées mais exactes. Ainsi la tension superficielle de l'eau distillée donnée par l'auteur (72,69) est la plus faible qu'on ait jamais observée (Weinberg, 79,0; Lecomte du Nouy, 76,0; Frenkel, 75,8; Chwolson, 75,5; Traube, 75,0; Brunner, 74,0). La même remarque doit être faite au sujet de la tension superficielle du sérum, quoique l'auteur ne mentionne pas l'espèce animale. Toutefois pour le sérum de cheval, Maraghini donne 62,3 dynes par centimètre et le sérum de cet animal possède la tension superficielle la plus faible parmi celui des animaux d'expériences, ainsi que cela résulte de nos observations personnelles. La différence entre ces chiffres et ceux de M. A. Lumière (51,8 dynes par centimètre) est tellement considérable que, seule, la méthode employée peut expliquer cet écart. Il est indubitable que l'emploi d'une méthode scientifique rigoureuse permettra à l'auteur de rectifier ces chiffres.

3° Le dernier argument de M. A. Lumière, la possibilité de supprimer le choc par contact au moyen de certains hypnotiques qui augmentent la tension superficielle (l'auteur ne les nomme pas), ou bien de provoquer le choc malgré la diminution préalable de la tension superficielle (les détails ne sont pas mentionnés), est passible de la même objection : inexactitude des mesures.

Malgré toutes ces objections, M. A. Lumière soutient que « dans le choc anaphylactique vrai le phénomène de floculation s'accompagne inévi-

---

([1]) Lecomte du Nouy, *La Nature*, 4 janvier 1920.

tablement d'augmentation de la tension superficielle ». Mais plus loin il déclare que « les variations de la tension superficielle... sont donc des phénomènes qui accompagnent la floculation ou lui sont consécutifs, sans constituer la cause du choc, qui, *d'après nos expériences*, proviendraient principalement de la présence dans les vaisseaux d'éléments floculés ».

Tout d'abord faisons une rectification : La floculation micellaire a été signalée par nous déjà en 1914 au sujet du choc humoral, provoqué par le sérum mis en contact avec les suspensions bactériennes, la gélose ou la pectine, et les documents ultramicroscopiques obtenus avec le concours de M. Comandon en ont été présentés à la Société de Biologie (¹). En 1917 nous avons énoncé notre théorie de choc par contact et soutenu que ce choc résulte d'une rupture d'équilibre micellaire suivie d'une floculation ; les termes sont aujourd'hui très fréquemment et textuellement cités : souvent avec l'omission de guillemets (²). Notons que le premier travail de M. A. Lumière sur l'anaphylaxie date d'octobre 1920.

Quant au *meritum* de la question, l'opinion de l'auteur que la cause du choc proviendrait de la présence dans les vaisseaux d' « éléments floculés » n'explique rien, car on doit se demander de suite *quelle est la cause de la formation de ces « éléments floculés »*? Or c'est justement dans l'intervention de la tension superficielle, de la viscosité et de la charge électrique qu'on trouve l'explication de la formation de ces floculations micellaires.

Nous ne prétendons pas, et nous n'avons jamais prétendu que la tension superficielle, ou la viscosité, ou la charge électrique agissent seules, et nous avons souligné que ces forces peuvent agir et probablement agissent ensemble, quoiqu'il ne manque pas d'indices que le choc puisse résulter d'une diminution notable de la tension superficielle du sang, par les savons, sels biliaires, etc. (Billard, Thiele et Embleton), par exemple. Toutefois il était plausible d'admettre que l'action de ce sel s'expliquât par une propriété nouvelle, en dehors de la tension superficielle ou de la viscosité. Et cela ne saurait pas être *a priori* en contradiction avec notre théorie de la floculation.

Le dernier point soulevé par M. Lumière concerne l'identité de tous les phénomènes du choc par contact. M. A. Lumière soutient que leur cause primitive et leur mécanisme sont semblables. Nous ne pouvons pas aborder ici la différentiation de tous les phénomènes du choc; mais une diffé-

---

(¹) W. Kopaczewski et S. Mutermilch, *Soc. Biol.*, juillet 1914.
(²) W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, t. **165**, 1917, p. 803.

rence capitale saute aux yeux en ce qui concerne le choc par injection de colloïdes étrangers, provoquant la floculation micellaire *in vivo*, et le choc par l'injection de suspensions, dont les particules obstruent mécaniquement les capillaires. Les arguments de M. A. Lumière en faveur de l'identité de ces deux phénomènes sont peu convaincants, car tantôt ils semblent contredire les faits établis (l'auteur soutient que les vaso-constricteurs suppriment les chocs anaphylactiques), tantôt ils sont très vagues et ne donnent aucune précision sur la nature des substances, les chiffres, les doses, etc. Sur ce point, M. A. Lumière nous apportera probablement des détails.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur l'Azotobacter.* Note de M. **Kayser**, présentée par M. P. Viala.

Dans notre précédente Note [1] nous avons étudié l'influence des alternances de coloration sur le fixateur d'azote; nous avons voulu voir comment il se comportait à différents moments de sa culture et comment il était influencé par la température.

Un milieu mannité contenant 2,3 pour 100 de mannite et les sels habituels a été réparti entre six récipients coniques et stérilisé; trois vases ont été ensemencés avec une culture provenant d'une conserve jaune, les trois autres avec une culture provenant d'une conserve bleue; deux conserves de chaque couleur ont été placées à l'étuve à 27°; les deux autres ont été abandonnées au laboratoire à la température ambiante, variant de 8° à 16°.

On a procédé à l'analyse d'une culture de chaque coloration de l'étuve après 13 jours; les quatre autres comprenant deux cultures placées à l'étuve et les deux placées au dehors ont été analysées après 26 jours, soit après une période de durée double.

Coloration.	Température.	Durée en jours.	Mannite brûlée.	Azote fixé.	Azote fixé par gramme de mannite brûlée.	Par jour. Mannite brûlée.	Par jour. Moyenne.	Par jour. Azote fixé.	Par jour. Moyenne.
			Première période.						
	°		g	mg	mg	mg		mg	mg
Jaune......	27	13	0,414	4,128	9,88	31	31,5	0,317	0,413
Bleue......	27	13	0,420	4,501	10,71	32		0,346	
			Deuxième période.						
Jaune......	27	13	1,441	6,351	4,407	110	116	0,489	0,475
Bleue......	27	13	1,610	6,102	3,790	123		0,461	

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 183.

Coloration.	Température.	Durée en jours.	Mannite brûlée.	Azote fixé.	Azote fixé par gramme de mannite brûlée.	Par jour. Mannite brûlée.	Moyenne.	Azote fixé.	Moyenne.
Première et deuxième périodes.									
	o		g	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Jaune......	27	26	1,855	10,479	5,864	71	75	0,403	0,405
Bleue......	27	26	2,030	10,603	5,222	79		0,407	
Jaune......	8°-16°	26	0,364	4,515	12,400	14	11,5	0,174	0,136
Bleue......	8°-16°	26	0,230	2,570	11,173	9		0,098	

Ces chiffres nous apprennent que les générations des deux conserves se sont comportées sensiblement de la même manière pendant les deux périodes; l'Azotobacter a brûlé presque quatre fois plus de mannite pendant la deuxième période, mais la quantité d'azote assimilé n'a augmenté que de moitié; c'est pendant la première période que l'utilisation par gramme de mannite a été bien meilleure, plus du double de celle pendant la deuxième période.

Si nous examinons les rendements pendant les 26 jours (les deux périodes réunies) aux deux températures, nous constatons qu'au dehors la quantité de mannite consommée est bien plus faible qu'à l'étuve; elle n'atteint même pas le taux de la première période à l'étuve, par contre la quantité d'azote assimilé par gramme de mannite est supérieure à celle des quatre vases placés à l'étuve; signalons encore que l'assimilation par gramme de mannite détruite et surtout l'assimilation azotée totale sont plus élevées, au dehors, pour la couleur jaune que pour la couleur bleue.

Ces constatations ressortent également, si nous mettons en regard les quantités de mannite détruite et d'azote assimilé par jour; ainsi pendant la première période pour une moyenne de $31^{mg},5$ de mannite, on a une moyenne de $0^{mg},341$ d'azote assimilé; pendant la deuxième période, 116^{mg} de mannite détruite correspondent à $0^{mg},475$ d'azote fixé; de même avec six fois moins de mannite détruite à la température ordinaire, la quantité d'azote fixé par jour n'est que trois fois plus faible qu'à l'étuve. A la température ordinaire, le microbe assimile plus lentement, mais utilise mieux l'hydrate offert.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.